Marea interna en la parte noroeste de la Bahía de Banderas, México

Internal tide in the northwestern part of Banderas Bay, Mexico

L Plata¹, A Filonov²

¹ Posgrado en Oceanografía Costera, Facultad de Ciencias Marinas, Universidad Autónoma de Baja California, Apartado postal 453, Ensenada CP 22800, Baja California, México. E-mail: ljplata@yahoo.com

² Departamento de Física, Universidad de Guadalajara, Blvd. Marcelino García Barragán #1421, Guadalajara CP 44430, Jalisco, México.

Resumen

Se discuten los resultados de un experimento especial de medición de parámetros espaciotemporales de las ondas internas en la ancha plataforma continental de la parte noroeste de la Bahía de Banderas. Las mediciones oceanográficas consistieron en: (a) un levantamiento rápido con un CTD ondulante a lo largo de un transecto perpendicular a la costa, (b) el remolque de una cadena de sensores de temperatura y profundidad repetidas veces sobre la plataforma continental por transectos perpendiculares a la costa y (c) series de tiempo de componentes de velocidad registradas con un perfilador de corrientes acústico Doppler colocado en el fondo de la bahía, a una profundidad de 28 m. Se determinó la presencia de ondas internas generadas por la marea semidiurna, con características correspondientes al segundo modo normal de oscilación de acuerdo con la teoría lineal de ondas internas. El análisis de los datos obtenidos mostró que, en el área de estudio, las ondas internas generadas en el talud continental por la marea barotrópica tienen la forma de un bore oscilatorio; durante su propagación hacia la costa, éste se desintegra rápidamente, dando lugar a grupos de ondas cortas no lineales que se disipan cerca de la costa y provocan una mezcla intensa en toda la columna del agua. La interpretación de los resultados fue realizada con base en las teorías lineal y no lineal (ecuación de Korteweg-de Vries) de ondas internas.

Palabras clave: plataforma continental, Bahía de Banderas, México, marea interna.

Abstract

The results of a special experiment measuring the spatiotemporal parameters of internal waves on the wide continental shelf of northwestern Banderas Bay (Mexico) are discussed. The oceanographical measurements consisted of: (a) a fast survey with an undulating CTD along a transect perpendicular to the coast, (b) the towing of an array of temperature and depth sensors several times over the continental shelf along transects perpendicular to the coast, and (c) time series of velocity components registered by an acoustic Doppler current profiler placed on the seabed of the bay at 28 m depth. The presence of internal waves generated by semidiurnal tides and corresponding to the second normal oscillation mode (according to the linear theory of internal waves) was determined. Analysis of the data showed that, in the study area, the internal waves generated over the continental slope by the barotropic tide have the shape of an oscillatory bore, which quickly disintegrates during their propagation shoreward, producing short nonlinear waves that dissipate close to the coast and intense vertical mixing of the whole water column. The interpretation of the results was based on the linear and nonlinear (Korteweg-de Vries equation) theories of internal waves.

Key words: continental shelf, Banderas Bay, Mexico, internal tide.

Introducción

El estudio de las ondas internas tiene gran relevancia científica debido a su importancia fundamental como mecanismo de mezcla horizontal y vertical sobre la plataforma continental en cuerpos de agua costeros como las bahías. Estos estudios se llevan a cabo mediante la solución analítica o numérica de modelos teóricos (ver e.g., Liungman 2000, Kshevetskii 2001, Vlasenko y Kutter 2002), experimentos de laboratorio (ver e.g., Winters *et al.* 1994; Gyüre y Jánosi, 2003), y a partir de mediciones oceanográficas *in situ* (ver e.g., Brekhovskikh *et al.* 1975, Osborn y Burch 1980, Pingree y Mardell 1985, Apel *et al.* 1985, Holloway 1985) o mediante sensores remotos (Apel 1981, Apel y Gonzales 1983, Fu y Holt 1984).

Introduction

Internal waves are of great scientific relevance because of their fundamental importance as a horizontal and vertical mechanism on the continental shelf in bay-like coastal basins. The study of internal waves is carried out based on the analytical and numerical solution of theoretical models (see, e.g., Liungman 2000, Kshevetskii 2001, Vlasenko and Hutter 2002), laboratory experiments (see, e.g., Winters *et al.* 1995, Gyüre and Jánosi 2003), and oceanographic measurements *in situ* (see, e.g., Brekhovskikh *et al.* 1975, Osborn and Burch 1980, Holloway 1985, Pingree and Mardell 1985, Apel *et al.* 1985), or with the aid of remote sensors (Apel 1981, Apel and Gonzales 1983, Fu and Holt 1984).

La marea interna en la plataforma continental es uno de los principales fenómenos oceanográficos que originan variaciones verticales notables de todas la características hidrofísicas. En la plataforma continental las inclinaciones espaciales de las alturas dinámicas pueden ser mayores hasta en un orden de magnitud a los valores característicos para las regiones de mar abierto (Konyaev y Sabinin 1992). Seiwell (1939) y después Defant (1950), mostraron por primera vez que, a consecuencia de las mareas internas, las mediciones de temperatura y salinidad en la plataforma continental pueden dar diferentes resultados, desde el punto de vista de las corrientes geostróficas, dependiendo de la fase de marea en que fueron tomadas.

La desintegración no lineal de las ondas internas y la inestabilidad de su forma sinusoidal a medida que se propagan hacia la costa en ocasiones dan lugar a la formación de solitones. Como resultado del rompimiento de ondas internas no lineales y solitones, la energía de la marea interna ascendente (i.e., la energía de la marea interna durante la cresta de la marea barotrópica) se dispersa por completo sobre la plataforma y provoca la formación de ondas internas con longitudes de onda cada vez más cortas y, al mismo tiempo, genera cambios en la estratificación y la mezcla de la columna de agua (Sandstrom y Elliott 1984, Holloway 1987, Filonov 2000), esta última es una de las principales razones para estudiar la presencia y comportamiento de ondas internas en aguas someras.

Numerosos autores han señalado la importancia de la marea interna como agente de mezcla en la plataforma continental y en lagos y estuarios (ver, e.g., Stigebrandt 1979, Park 1986, Dyer 1988, Imberger e Ivey 1991, MacIntyre et al. 1999, Michallet e Ivey 1999, Bourgault y Kelley 2003, Valle-Levinson et al. 2003, Rippeth, 2005). En comparación con otras fuentes de energía, la energía disponible en la marea interna es significativa para la mezcla de la columna de agua (Sandstrom y Oakey 1994). Las ondas internas generan un esfuerzo y con ello la resuspensión de partículas pasivas presentes en la columna de agua, inducen corte de velocidades en la columna de agua e incrementan de manera significativa su mezcla (Wang et al. 2001). Evidencia observacional (ver, e.g., Sandstrom y Elliott 1984, Apel et al. 1985, Sandstrom et al. 1989) indica que un porcentaje mayor de la energía disponible en la onda interna se halla en forma de solitones. Al disiparse, la energía de los solitones es utilizada para generar mezcla vertical en la columna de agua (Gan e Ingram 1992).

Como puede verse en un gran número de estudios (ver, e.g., Baines 1982, Craig 1987, Holloway 1987, Ostrovsky y Stepanyants 1989, Filonov *et al.* 1996a, Filonov y Trasviña 2000, Filonov y Lavín 2003), la marea interna se genera sobre la pendiente continental. Las zonas de generación varían considerablemente de un lugar a otro en función de la pendiente continental ($\alpha = dz/dx$) y de la estratificación de la columna de agua dada por la frecuencia de Brunt-Väisälä:

$$N(z) = [(g/\rho) \times (\partial \rho/\partial z)]^{1/2}$$

donde $\rho(z)$ es el perfil de densidad que varía con la profundidad z y g es la aceleración de la gravedad. El valor N(z) Internal tides over the continental shelf are one of the main oceanographic phenomena causing significant vertical variations in every hydrophysical characteristic. Spatial variations of the dynamic heights on the continental shelf can be up to one order of magnitude higher than the characteristic values for open ocean regions (Konyaev and Sabinin 1992). Seiwell (1939) and later Defant (1950) showed for the first time that, as a consequence of internal tides, temperature and salinity measurements on the continental shelf can give different results, in relation to the geostrophic currents, depending on the tidal phase when they were taken.

Nonlinear disintegration of internal waves and the instability of their sinusoidal shape as they propagate towards the coast sometimes giving rise to the generation of solitons. As a result of the breaking of nonlinear internal waves and solitons, the upward internal tide's energy (i.e., the energy of the internal tide during the barotropic tide crest) is completely dispersed over the shelf, generating internal waves whose wavelengths grow shorter and shorter and, at the same time, causing changes in the stratification and mixing of the water column (Sandstrom and Elliott 1984, Holloway 1987, Filonov 2000); the latter is one of the main reasons to study the presence and behavior of internal waves in shallow waters.

The importance of internal tides as a mixing agent on the continental shelf and in lakes and estuaries has been pointed out by several authors (see, e.g., Stigebrandt 1979, Park 1986, Dyer 1988, Imberger and Ivey 1991, MacIntyre et al. 1999, Michallet and Ivey 1999, Bourgault and Kelley 2003, Valle-Levinson et al. 2003, Rippeth 2005). Compared with other energy sources, the available energy in the internal tide is significant for mixing of the water column (Sandstrom and Oakey 1994). Internal waves generate stress and consequently the resuspension of passive particles present in the water mass, induce velocity shear in the water column and significantly increase the mixing in it (Wang et al. 2001). Observational evidence (see, e.g., Sandstrom and Elliott 1984, Apel et al. 1985, Sandstrom et al. 1989) indicates that a larger percentage of the internal wave's available energy occurs as solitons. During dissipation, the energy of the solitons is used to generate vertical mixing of the water column (Gan and Ingram 1992).

As shown by several studies (see, e.g., Baines 1982, Craig 1987, Holloway 1987, Ostrovsky and Stepanyants 1989, Filonov *et al.* 1996a, Filonov and Trasviña 2000, Filonov and Lavín 2003), the internal tide is generated on the continental slope. The generation zones vary considerably from one place to another in relation to the continental slope ($\alpha = dz/dx$) and the stratification of the water column described by the Brunt-Väisälä frequency:

$$N(z) = [(g/\rho) \times (\partial \rho/\partial z)]^{1/2}$$

where $\rho(z)$ is the density profile that varies with depth *z* and *g* is the acceleration of gravity. The value of N(z) determines the

determina la inclinación del rayo característico (la trayectoria por la cual pasa el flujo de energía de la onda interna) de la marea interna:

$$\gamma = \arctan \left[(N^2 - \omega^2) / (\omega^2 - f^2) \right]^{-1/2}$$

donde ω es la frecuencia de la onda interna y *f* es la frecuencia inercial en el área de estudio. La transferencia de energía de la marea barotrópica a la baroclínica tiene lugar, de manera óptima, en el valor crítico $\alpha/\gamma \approx 1$. Si $\alpha > \gamma$, la energía se propaga hacia fuera de la costa y, si $\alpha < \gamma$, la energía se propaga en dirección de la plataforma continental (Baines 1982, Craig 1987). Una descripción detallada del modelo de rayos característicos se halla en Craig (1987) y, en el caso particular de la costa de Jalisco, en Filonov *et al.* (1996a, b).

Con base en el criterio anterior, estudios previos han mostrado que la plataforma continental del Pacífico mexicano, desde Manzanillo, Colima, hasta la Bahía de Banderas, compartida entre Jalisco y Nayarit, presenta condiciones favorables para la generación y propagación de ondas internas de gran amplitud. Las características de la marea interna en esta región son bastante discernibles: existe una componente semidiurna dominante, que está representada por una fuerte señal y un máximo en el espectro energético de las oscilaciones de temperatura (Filonov *et al.* 1996a).

A pesar de la importancia económica de la Bahía de Banderas, en la que se encuentra Puerto Vallarta (segundo destino turístico de México, visitado por alrededor de dos millones de turistas al año), no existen estudios científicos con respecto a su oceanografía física. El presente trabajo constituye el primer análisis, realizado con base en mediciones oceanográficas, sobre la propagación y transformación no lineal de ondas de marea interna en la bahía.

Área de estudio

La Bahía de Banderas se encuentra localizada en la costa del Pacífico de México, a los 20°25'–20°47' N y 105°41'– 105°16' W. Su área aproximada es de 1000 km² (fig. 1); su profundidad máxima es de 1,436 m (INEGI-SPP, 1983), con un promedio de 273 m. La pendiente del fondo en su parte norte, con un promedio de 0.012, es mucho menor que en la zona sur, en la que el promedio es de 0.08. Hacia el centro de la bahía, a unos 8 km de la costa sur, se localiza un cañón profundo cuyo eje mayor está orientado aproximadamente en dirección esteoeste y que se extiende hasta el extremo este de la bahía. Al noroeste de la bahía, en la zona comprendida entre las Islas Marietas y Punta de Mita, la profundidad es menor a 25 m y existe un banco de arena sumergido que obstaculiza el libre intercambio de masas de agua entre la parte noroeste de este cuerpo de agua y mar abierto.

La marea barotrópica en el área de estudio tiene un carácter mixto, con una componente semidiurna dominante (Filonov 2000, Filonov y Konyaev 2003). Con base en el modelo de Baines (1982), Filonov *et al.* (1996a) calcularon el flujo de characteristic ray inclination (the trajectory along which the energy flux of the internal wave passes) of the internal tide:

$$\gamma = \arctan \left[\frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2} \right]^{-1/2}$$

where ω is the internal wave frequency and *f* is the inertial frequency in the study area. Energy transfer from barotropic to baroclinic tide takes place, in an optimal way, at the critical value $\alpha/\gamma \approx 1$. If $\alpha > \gamma$, the energy propagates away from the coast, and if $\alpha < \gamma$, the energy reflects back to the continental shelf (Baines 1982, Craig 1987). A detailed description of the model of characteristic rays is given by Craig (1987) and, in the particular case of the coast of Jalisco (Mexico), by Filonov *et al.* (1996a, b).

Based on the above criterion, previous studies have shown that the continental shelf of the Mexican Pacific, from Manzanillo (Colima) to Banderas Bay (Jalisco/Nayarit), presents favorable conditions for the generation and propagation of large-amplitude internal waves. The characteristics of the internal tide in this region are very perceptible: there is a dominant semidiurnal component that is represented by a strong signal and a peak in the energetic spectrum of the temperature oscillations (Filonov *et al.* 1996a).

Despite the economical importance of Banderas Bay, where the city of Puerto Vallarta is located (Mexico's second tourism destination, visited by about two million people a year), scientific studies of the water basin have not been conducted from a physical oceanography viewpoint. The present work constitutes the first analysis, based on oceanographic measurements, of the propagation and nonlinear transformation of internal tide waves in the bay.

Study area

Banderas Bay is located on the Pacific coast of Mexico $(20^{\circ}25'-20^{\circ}47' \text{ N}, 105^{\circ}41'-105^{\circ}16' \text{ W})$ and covers an approximate area of 1000 km² (fig. 1). The bay has a maximum depth of 1436 m (INEGI-SPP 1983) and the average depth is 273 m. The bottom slope in the northern part, with an average value of 0.012, is much less than in the southern zone, where the average value is 0.08. Towards the center of the bay, 8 km from the south coast, there is a deep canyon whose main axis is approximately oriented in an east-west direction, extending towards the eastern side. Northeast of the bay, in the area comprised between the Marietas Islands and Punta de Mita, the depth is less than 25 m and a submerged sandbank obstructs the free exchange of water masses between the northwestern part of the water basin and the open ocean.

The barotropic tide in the study area is of a mixed type, with a dominant semidiurnal constituent (Filonov 2000, Filonov and Konyaev 2003). Based on the Baines model (1982), Filonov *et al.* (1996a) calculated the energy flux from barotropic tide to internal tide, showing that these fluxes vary remarkably in different sections of the continental slope depending on the barotropic tide arrival angle in relation to the



Figura 1. Localización del área de estudio y batimetría de la Bahía de Banderas. En el recuadro **a** se indica la dirección de propagación de las franjas de "slicks" observadas durante los días en que fue realizado el experimento (22 a 26 de diciembre de 2003). En el rectángulo **b** se muestra la región donde se llevó a cabo el experimento. La ubicación de los lances verticales realizados con perfilador CTD SBE-19 se indica con arábigos y el transecto a lo largo del cual se efectuaron éstos, mediante una línea punteada. El remolque de la cadena de sensores de temperatura y profundidad SBE-39 se llevó a cabo a lo largo de los transectos marcados con numerales romanos en el recuadro **c**. Las flechas señalan la dirección en que se efectuó cada transecto. En el recuadro **d** se muestra la distribución vertical de la frecuencia de Brunt-Väisälä promedio durante el muestreo hidrográfico en la Bahía de Banderas realizado el 21 de enero de 2004 (la localización de las estaciones de medición está indicada por puntos negros en la figura).

Figure 1. Study area and bathymetry of Banderas Bay. The direction of propagation of the slicks observed during the days of the experiment (22 to 26 December 2003) is indicated in box **a**. The region where the experiment was carried out is shown in box **b**. Locations of the vertical CTD SBE-19 profiler casts are indicated with Arabic numbers and the transect, along which they were performed, is marked with a dotted line. The array of temperature and salinity SBE-39 sensors was towed along the transects marked with Roman numerals in box **c**. The arrows indicate the direction in which each transect was made. Shown in box **d** is the vertical distribution of the mean Brunt-Väisälä frequency during the hydrographical survey conducted on 21 January 2004 in Banderas Bay (the locations of hydrographic stations are indicated with black points).

energía de la marea barotrópica a la marea interna, mostrando que estos flujos varían notablemente en diferentes secciones de la pendiente continental como función del ángulo de arribo de la marea barotrópica con respecto a la pendiente de la plataforma continental; sus resultados revelan que, con un arribo perpendicular, el flujo de energía es máximo: con un valor de 763 W/m² en el límite de la plataforma continental y una altura de la perturbación interna inicial igual a 4.9 m. continental shelf bottom slope. Their results reveal that, with a perpendicular arrival, the energy flux is maximum: its value is 763 W/m² at the limit of the continental shelf and the height of the initial internal perturbation is 4.9 m.

Material and methods

To study the structure of internal waves in the shallow zone of Banderas Bay, from 22 to 26 December 2003 measurements

Material y métodos

Para estudiar la estructura de las ondas internas en la zona somera de la plataforma continental de la bahía, del 22 al 26 de diciembre de 2003 se llevaron a cabo mediciones en la parte noroeste de ésta, elección basada en que es aquí donde se presenta la plataforma continental más ancha de la Bahía de Banderas, por lo que se espera que en ella se lleve a cabo una mejor desintegración de la energía de la marea baroclínica en comparación con cualquier otra zona de la bahía. Las mediciones consistieron en: (1) lances verticales con CTD ondulante SBE-19; (2) series de tiempo de componentes de velocidad de corrientes con perfilador acústico Doppler ADCP (RD Instruments, de 600 kHz); y (3) series de tiempo de temperatura para diferentes niveles de profundidad registradas mediante el remolque de cadena de sensores de temperatura y profundidad SBE-39 (Sea-Bird Electronics).

Se obtuvieron perfiles de temperatura y salinidad a partir de mediciones realizadas a bordo de una lancha tipo panga con un CDT SBE-19 y a lo largo de un transecto (de 4 km de longitud) efectuado desde la costa hacia la parte central de la bahía, perpendicularmente a las isobatas (fig. 1). El perfilador fue sumergido y traído a la superficie manualmente con una velocidad media de 1 m s⁻¹ y una discretización de medición de 0.5 s. Los 8 lances verticales fueron realizados por la mañana del 22 del diciembre de 2003, cuando la intensidad del viento era muy baja. La posición de cada lance fue registrada mediante un GPS 12 Personal Navigator (Garmin). La duración del levantamiento oceanográfico fue de 27 minutos.

A partir de la aproximación de rayos característicos (Craig 1987) y considerando los valores del perfil promedio de la frecuencia de Brunt-Väisälä, obtenido por datos de 31 lances verticales realizados el 21 de enero de 2004 en la Bahía de Banderas con un CDT SBE-19, se determinó la región de la bahía en la que los valores de α/γ son cercarnos al valor crítico (zona sombreada en la fig. 1) y que, por consiguiente, constituye una zona favorable de generación de ondas internas de marea semidiurna en este cuerpo costero.

Se instaló una estación meteorológica automática GroWeather (Davis Instruments) en noviembre de 2003 en la costa noroeste de la bahía (en el poblado de Punta de Mita). La estación fue programada para registrar parámetros meteorológicos con una discretización de una hora.

Para estimar la altura y la forma de los desplazamientos verticales de las isotermas, se realizaron mediciones con una cadena de cinco sensores de temperatura y profundidad SBE-39 distribuidos de manera uniforme (cada 5 m, a partir de 8 m de profundidad) a lo largo de un cable de acero (longitud total de la cadena fue 28 m), lastrado en uno de sus extremos. La resolución del sensor de temperatura del SBE-39 es de 0.002°C y la del sensor de profundidad es de 10 cm. La discretización temporal de los sensores fue de cada 3 s. La velocidad media de la embarcación durante el remolque, fue de 8 km/h, por lo que la cadena se ubicaba en la capa de 3 a 10 m. Entonces, la

were carried out in the northwestern part of the basin. This area was selected because it is where the continental shelf of the bay is widest, and one would therefore expect stronger disintegration of the baroclinic tide energy there than in any other part of the bay. The measurements consisted of: (1) vertical casts with an undulant CTD SBE-19, (2) time series of current velocity components registered by a 600-kHz acoustic Doppler current profiler (ADCP, RD Instruments), and (3) temperature time series at different levels taken while towing an array of SBE-39 temperature and depth sensors (Sea-Bird Electronics).

Temperature and salinity profiles were obtained from measurements taken from a boat using a CDT SBE-19 and along a 4-km-long transect carried out from the coast to the central part of the bay, perpendicular to the isobaths (fig. 1). The profiler was submerged and recovered manually at an average rate of 1 m/s and sampling frequency of 0.5 s. Eight vertical casts were made during the morning of 22 December 2003, when the wind speed was very low. The position of each cast was recorded by a GPS 12 Personal Navigator (Garmin). The duration of the oceanographical survey was 27 min.

Based on the characteristic ray approximation (Craig 1987) and considering mean profile values of the Brunt-Väisälä frequency, obtained from 31 vertical casts made in Banderas Bay on 21 January 2004 using a CTD SBE-39, we determined the region of the bay where the values of α/γ are close to the critical value (shaded area in fig. 1). This area, therefore, constitutes a zone that is favorable for the generation of internal waves by a semidiurnal tide in this coastal basin.

An automatic weather station (Davis Instruments GroWeather) was installed in November 2003 on the northwestern coast of the bay (in the town of Punta de Mita). The station was programmed to record meteorological parameters with an hourly discretization.

To estimate the height and shape of the vertical displacements of isotherms, we carried out measurements with an array of five temperature and depth sensors evenly spaced along a steel wire (every 5 m, from 8 m depth; the total length of the array was 28 m) and ballasted at the bottom. The resolution of the SBE-39 temperature sensor is 0.002°C and that of the depth sensor is 10 cm. The sampling frequency of the sensors was 3 s. Since the mean towing speed of the boat was 8 km/h, the entire array was positioned in the 3–10-m layer, and sensor depths were 3, 4.5, 6, 8 and 10 m.

A moored ADCP was deployed on the seabed during approximately three days in the middle of transect I, at 28 m depth (fig. 1). The three components of current velocity were measured at 28 levels with a 2-min sampling frequency. The ADCP record started at noon on 22 December 2003. Because of the intensive tourist and fishing activities during the season in which the experiment was carried out, the ADCP had to be recovered after only 50 h of measurements to avoid the risk of losing it. Consequently, it was not possible to obtain a set of simultaneous records from the ADCP and the sensor array. distancia vertical entre cada uno de los sensores de temperatura y profundidad fue 3, 4.5, 6, 8 y 10 m.

Se ancló un perfilador de corrientes acústico ADCP en el fondo durante aproximadamente tres días en el centro de la línea del transecto I, a una profundidad de 28 m (fig. 1). Con una discretización de 2 minutos, fueron medidas las tres componentes del vector de velocidad de las corrientes en los 28 horizontes. El ADCP inició el registro de mediciones a las 12:00 h del 22 de diciembre de 2003. Debido a la intensa actividad turística y pesquera de la época del año en que se realizó el experimento, el ADCP tuvo que ser retirado después de únicamente 50 h de medición para evitar el riesgo de perderlo. Como consecuencia, no fue posible obtener mediciones simultáneas del ADCP y de la cadena de sensores.

Resultados y discusión

Estructura térmica

En los perfiles verticales de temperatura obtenidos a partir de los datos medidos en los lances con el perfilador SBE-19 a lo largo del transecto perpendicular a la costa (fig. 2a) se observa que, para las estaciones más próximas a la costa (lances 1 a 3), los gradientes de temperatura son muy pequeños, del orden de 0.1°C m⁻¹. El lance 4 marca una transición con respecto a la zona del transecto más alejada de la costa (> 4 km) y en la que se encuentran los lances 5 y 6; en esta última zona se observa la presencia de una termoclina bien definida entre 10 y 18 m de profundidad, con gradientes del orden de 0.31°C m⁻¹.

Results and discussion

Thermal structure

Vertical temperature profiles obtained from the SBE-19 profiler casts along the across-shore transect (fig. 2a) display fairly weak temperature gradients at near-coast stations, of about 0.1° C m⁻¹. Cast 4 marks a transition from the offshore part of the transect (>4 km off the coast) and the zone between casts 5 and 6; in the latter we can see the presence of a well-defined thermocline between the 10 and 18 m levels, with gradients of about 0.31° C m⁻¹. The fact that the thermal structure changes with the distance from the coast could be explained by the disintegration of internal waves as they arrive at the coast, causing the thermocline to rise by up to 10 m (casts 5 and 6).

As the measurements were carried out in the dry season, when river discharge is minimum (e.g., the dry season discharge of the Ameca River, the bay's main tributary, is less than 1 m³ s⁻¹ or nil; CNA-Semarnat 1999), the range of salinity variations in the entire water column did not exceed 0.02, with a mean value of 34.35; therefore, density variation in relation to depth was practically determined by temperature. The Brunt-Väisälä frequency, calculated from the SBE-19 casts, decreased from 14 cycles h⁻¹ at the 10-m level to 4 cycles/h at the bottom (fig. 2b). The mean profile of the Brunt-Väisälä frequency had a maximum value of 9 cycles h⁻¹ at the 10-m layer and decreased linearly down to a range of 4 to 5 cycles h⁻¹ at the bottom (fig. 2c).



Figura 2. Perfiles de temperatura (a) y de frecuencia de Brunt-Väisälä (b) obtenidos a partir de los lances verticales realizados el 22 de diciembre de 2003 en la parte noroeste de la Bahía de Banderas y sus perfiles promedio correspondientes (c). La línea punteada en (c) indica el valor promedio de la frecuencia de Brunt-Väisälä en la columna de agua. Se muestra también las funciones propias del primer (d) y segundo (e) modos propios de oscilación normalizados de las ondas internas semidiurnas (de velocidad vertical W(z) y de corrientes horizontales U(z) = dW(z)/dz) para el lugar del anclaje con ADCP.

Figure 2. Temperature (a) and Brunt-Väisälä frequency (b) profiles obtained from the vertical casts carried out on 22 December 2003, in the northwestern part of Banderas Bay and their corresponding mean profiles (c). The dotted line in (c) indicates the mean value of the Brunt-Väisälä frequency for the water column. Also shown are the eigenfunctions for the first (d) and second (e) normalized oscillation modes of the internal semidiurnal waves (for vertical velocity W(z) and horizontal currents U(z) = dW(z)/dz) at the ADCP mooring).

El cambio en la estructura térmica como función de la proximidad a la costa es debido posiblemente a la desintegración de ondas internas conforme arriban a ésta, lo que da lugar a la elevación de la termoclina en una escala vertical de hasta 10 m (lances 5 y 6).

Como las mediciones fueron llevadas a cabo en la época de secas, en la que la descarga de ríos es mínima (e.g., en el caso del Río Ameca, principal afluente de la bahía, la descarga en temporada de secas es menor a 1 m³ s⁻¹ o nula; CNA-Semarnat 1999), las variaciones de salinidad en la capa desde la superficie hasta el fondo presentaron una diferencia no mayor que 0.02, con un promedio de 34.35, por eso la variación de la densidad como función de la profundidad se encuentra prácticamente determinada por la temperatura. La frecuencia de Brunt-Väisälä, calculada a partir de los lances con SBE-19, disminuye desde 14 ciclos h⁻¹ en la capa de 10 m hasta 4 ciclos h⁻¹ en el fondo (fig. 2b). El perfil medio de la frecuencia de Brunt-Väisälä presenta un valor máximo de 9 ciclos h⁻¹ en la capa de 10 m y decrece linealmente hasta un rango de 4 a 5 ciclos h⁻¹ en el fondo (fig. 2c).

En el transecto (fig. 3) las isotermas están inclinadas y, cerca de la costa, es notable el estrechamiento entre ellas. En algunos lugares unas cuantas isotermas (e.g. la de 24.3°C) se separan y aíslan visiblemente de las otras; esto evidencia la presencia de mezcla y formación de masas de agua de densidad homogénea. Procesos de corte y mezcla de la columna de agua por ondas internas han sido descritos y cuantificados en términos de energía y de mezcla en la zona costera de Oregon (Hayes y Halpern 1976) y en el Mar de Japón (Navrotsky *et al.* 2004).

En la figura 3 también se observa claramente el bombeo de agua fría proveniente del fondo hacia la costa por las ondas internas: la isoterma de 24.5°C asciende desde una profundidad de 32 m hasta la superficie en una distancia de tan sólo 4 km. Posiblemente este bombeo puede transportar nutrientes desde el fondo hacia la superficie del mar, mismos que son utilizados por organismos vivientes. El mismo comportamiento en frentes térmicos generados por las ondas de marea interna fue reportado en la costa de Barra de Navidad por Filonov y Konyaev (2003, 2006) y por Filonov y Novotryasov (2005).

Los datos registrados por la estación meteorológica ubicada en Punta de Mita indican que en los días del experimento la magnitud del viento durante la noche fue mucho menor a 1 m s⁻¹. Por la tarde, la velocidad del viento se mantuvo en un rango de 2 a 3 m s⁻¹ en dirección sur (fig. 3). La temperatura del aire en la zona de estudio, de acuerdo a los datos de la misma estación meteorológica, a lo largo del día de medición varió tan sólo 1.8°C (de 22.8°C a las 12:00 a 24.0°C a las 17:00), i.e., la temperatura de la capa de agua superficial (de 25°C a 25.8°C) era muy similar a la temperatura del aire. Por consiguiente, en la capa correspondiente a los primeros 10 m de la columna de agua próxima a la costa la mezcla de masas de agua no se debió al enfriamiento nocturno, sino principalmente al rompimiento de ondas internas y, de manera muy secundaria, al forzamiento del viento sobre la superficie del océano en esta época del año. In the transect cross-section (fig. 3), the isotherms are inclined and noticeably narrow near the coast. In some places a few isotherms (e.g., that of 24.3°C) separate and isolate notably from the others; this is evidence of mixing and formation of water masses of homogeneous density. Shear and mixing processes of the water column due to internal waves have been described and quantified in terms of energy and mixing for the coastal zone of Oregon (Hayes and Halpern 1976) and the Japan Sea (Navrotsky *et al.* 2004).

Another feature that is also clearly observed in figure 3 is the pumping of cold water from the bottom layer to the coast by internal waves: the 24.5°C isotherm rises from a 32-m level to the surface within a distance of only 4 km. It is possible that this pumping could have transported nutrients used by living organisms from the sea bottom to the surface. The same behavior in thermal fronts generated by internal tide waves was reported for the coast of Barra de Navidad by Filonov and Konyaev (2003, 2006) and by Filonov and Novotryasov (2005).

Data recorded by the meteorological station located at Punta de Mita showed that during the days of the experiment the wind speed at night was much less than 1 m s⁻¹. In the afternoon, the wind speed remained constant, ranging from 2 to 3 m s⁻¹ in a south direction (fig. 3). Air temperature in the study area, according to the data from the same meteorological station, during the day of measurement varied only by 1.8°C, from 22.8°C at 12:00 to 24.0°C at 17:00; that is, surface water



Figura 3. Isotermas a lo largo del transecto espacial del 22 de diciembre de 2003. La posición de las estaciones está indicada en la parte superior de la figura. El círculo señala la zona de estrechamiento de las isotermas tras la cual, en dirección a la costa, hay una separación de la termoclina. En el recuadro inferior izquierdo se muestra el comportamiento del viento durante el tiempo total de medición del experimento; la línea vertical del recuadro está orientada en dirección norte.

Figure 3. Isotherms along the spatial transect of 22 December 2003. Positions of the stations are indicated in the upper part of the figure. The circle indicates the zone of strong temperature gradients, following which, in coastward direction, the thermocline separation occurs. In the lower left box the wind pattern during the entire experiment is shown; the vertical line of the box is aligned in north direction.

Mediciones con remolque de cadena de sensores

Para analizar los desplazamientos verticales de las isotermas debidos a la propagación de las ondas internas, cinco transectos perpendiculares a la costa fueron realizados con una cadena de sensores de temperatura y profundidad SBE-39 (fig. 4). La duración máxima de un transecto efectuado con la cadena de sensores fue de 44 min (transecto I); la duración de cada uno de los transectos restantes fue menor.

Los sensores de profundidad distribuidos por la cadena posibilitan controlar la profundidad de remolque. Por otra parte, los sensores puntuales de temperatura correspondientes a cada capa de profundidad se utilizan para calcular el gradiente medio de temperatura en toda la capa y para convertir las fluctuaciones integradas de temperatura $T(t_1)$ y $T(t_2)$ en desplazamientos verticales a partir de la ecuación:

$$\zeta(t) = (T(t_1) - T(t_2))/\overline{dT/dz}$$

donde $\overline{dT/dz} = (T_{sup} - T_{inf})/\Delta z$ es el gradiente medio vertical de temperatura; T_{sup} y T_{inf} son las temperaturas registradas por los sensores SBE-39 que constituyen los límites superior e inferior, respectivamente, en cada capa. Este método ha sido empleado anteriormente por varios autores (ver, e.g., Sabinin 1982, Konyaev *et al.* 1995, Filonov 1997).

Lograr el objetivo del experimento con la cadena de sensores requiere llevar a cabo un primer transecto más largo que los subsecuentes para hallar evidencia visual, en la forma de bandas lisas en la superfície del mar, de la presencia de grupos de ondas no lineales y, una vez detectadas, seguirlas en su desplazamiento hacia la costa y cruzarlas periódicamente al alternar la dirección de los transectos (costa-mar abierto) con el fin de registrar su desintegración.

Como puede verse en la figura 4 (transecto I), la cadena de sensores se comportó adecuadamente: no generó movimientos verticales propios y, durante el tiempo total de remolque, el sensor de profundidad colocado en el extremo inferior de la cadena registró fluctuaciones con un máximo de 10 cm, un valor muy próximo a la resolución del sensor. Por consiguiente, las variaciones de temperatura medidas por los sensores no fueron afectadas por el método de medición.

Las series de temperaturas obtenidas con el arrastre de la cadena de sensores y correspondientes a la capa de 3 a 10 m de profundidad se muestran en la figura 4. El inicio del transecto I se localiza a una distancia de 7.5 km con respecto a la costa y es el más lejano a ella. En este transecto, a partir de una distancia de 6 km (10 min después del inicio de remolque) con respecto a la costa y en dirección a ella se observa (a partir de las 16:16 y hasta las 16:43) un extenso paquete de ondas no lineales originado por la desintegración de la onda principal de marea interna. El tamaño aproximado de este paquete en la horizontal, que es una medida de la longitud de onda de la marea interna, es igual a 2.5 km.

temperature (25–25.8°C) was very similar to air temperature. Therefore, closer to the coast, in the top 10 m of the water column, mixing of the water masses was not due to the night cooling, but mainly to the breaking of internal waves and, in a very secondary way, to the wind stress on the ocean surface during this time of the year.

Measurements from towed sensors

To analyze the vertical displacements of the isotherms due to the propagation of internal waves, five across-shore transects were carried out using an array of SBE-39 temperature and depth sensors (fig. 4). Transect I lasted 44 min, whereas the duration of the other transects was shorter.

The depth sensors in the array help to control the towing depth. On the other hand, the temperature point sensors corresponding to each depth layer are used to calculate the mean temperature gradient in the entire layer and to convert the integrated temperature fluctuations, $T(t_1)$ and $T(t_2)$, into vertical displacements using the equation:

$$\zeta(t) = (T(t_1) - T(t_2))/dT/dz$$

where $\overline{dT/dz} = (T_{sup}-T_{inf})/\Delta z$ is the mean vertical temperature gradient, and T_{sup} and T_{inf} are the temperatures recorded by the SBE-39 sensors that constitute the upper and lower limits, respectively, of each layer. This method has been used by several authors (see, e.g., Sabinin 1982, Konyaev *et al.* 1995, Filonov 1997).

To achieve the objective of the experiment with the array of sensors it is necessary to make the first transect longer than the subsequent ones in order to find visual evidence of the presence of nonlinear internal waves, represented by straight bands on the sea surface, and, once detected, to follow them as they move toward the coast and to cross them periodically alternating the transect direction (coast-open sea) with the aim of registering their disintegration.

As shown by figure 4 (transect I), the array of sensors worked adequately: it did not generate vertical movements by itself and, during the entire towing period, the depth sensor placed at the lower end of the array recorded fluctuations with a maximum of 10 m, which is very close to the sensor resolution. Therefore, temperature variations recorded by the sensors were not affected by the measuring method.

The temperature time series obtained by towing the array of sensors and corresponding to the 3-10-m layer are displayed in figure 4. Transect I originated 7.5 km away from the coast and is the farthest from shore. In a part of this transect, from a distance of 6 km (10 min after initiating towing) from the coast and toward it we can observe (from 16:16 to 16:43) an extensive nonlinear wave package produced by the disintegration of the main internal tide wave. The approximate size of this package in the horizontal direction, that is, a measure of the wavelength of the internal tide, is equal to 2.5 km.



Figura 4. Temperatura medida en la columna de agua durante el remolque de la cadena de sensores SBE-39 para los cinco transectos (señalados con números romanos) realizados el 25 de diciembre de 2003. La costa se encuentra a la derecha de la figura. Las flechas señalan la dirección de cada remolque. Las letras a y b en los transectos I y II indican mismos grupos de ondas no lineales. En el primer transecto se grafica la serie de tiempo registrada por el sensor de profundidad colocado en el extremo inferior de la cadena. El esquema de la parte central izquierda de la figura muestra la distribución de los sensores en la cadena cuando la lancha está en reposo y al ser remolcados a una velocidad de 8 km/h. **Figure 4.** Temperature recorded in the water column while towing the array of SBE-39 sensors along the five transects (denoted with Roman numerals) on 25 December 2003. The coast is on the right-hand side of the figure. Arrows show the direction of each tow. Letters a and b in transects I and II refer to the same groups of nonlinear waves. The first transect panel also contains the plot of the time series recorded by the depth sensor placed at the bottom of the array. The diagram in the central-left part of the figure shows the position of the sensors for the two scenarios: when the boat is at rest and while towing at a speed of 8 km/h.

En los transectos I (ida, i.e., hacia la costa) y II (regreso, i.e., hacia fuera de la costa) es posible observar que estos grupos de ondas no lineales presentan súbitos pulsos de temperatura con dirección hacia el fondo con crestas y valles In transects I (forward, to the coast) and II (backward, away from the coast) it is possible to observe that these nonlinear wave groups present sudden pulses of temperature directed toward the seabed with steep crests and troughs, typical pronunciados, características que son típicas de ondas internas no lineales (Filonov y Konyaev 2003, Filonov et al. 2005). Los datos registrados permiten estimar la velocidad de propagación (velocidad de fase) de los paquetes de ondas marcadas con los números 1 y 2 (fig. 4, grupo **a**) y 3 y 4 (fig. 4, grupo **b**) con base en las siguientes consideraciones: cuando la cadena de sensores regresó, luego de 19 min, por el transecto II a la posición del grupo **b**, la onda 1 se desplazó una distancia de 144 m; por lo tanto, su velocidad de fase fue de 0.13 m s⁻¹. Durante este intervalo de tiempo, la onda 2 se aproximó a la onda 1 y ambas incrementaron su altura como consecuencia de que la onda más cercana a la costa (la onda 1) estuvo mayor tiempo en aguas menos profundas y su velocidad de fase disminuyó durante su propagación. Mediante el mismo procedimiento, utilizado por vez primera por Voorhis y Perkins (1966) y detallado por Miropol'sky (2001), se obtuvo que la onda 3 se desplazó una distancia de 384 m, con una velocidad de fase de 0.21 m s⁻¹, y que el desplazamiento y velocidad de la onda 4, que es la principal del grupo **a** y que casi alcanzó a la onda 3, fue de 660 m y 0.32 m s⁻¹, respectivamente; en el caso de la onda 4 la velocidad fue la más alta de todas como consecuencia de su mayor altura y de hallarse a una profundidad más grande que las otras.

La descripción hecha líneas arriba de la desintegración de los paquetes de onda en la plataforma continental somera y cercana a Punta de Mita muestra cómo es tal la rapidez de este proceso que, en tan sólo media hora (o, en términos de distancia, unos cientos de metros) la estructura de estas ondas cambia por completo. Esto es observable en los transectos III a V, en los que ya no es posible apreciar ninguna estructura similar a los grupos de ondas observados en los transectos I y II.

Mediciones con ADCP

Las mediciones realizadas con ADCP indican que las componentes de velocidad en la horizontal, con valores promedio de 20 cm s⁻¹ y máximo de 70 cm s⁻¹, son un orden de magnitud mayor que en la vertical. Dado que el experimento se llevó a cabo durante marea barotrópica mixta con dominancia de la componente diurna (fig. 5d), el comportamiento de la circulación en el lugar del anclaje (fig. 5a–c) es muy complicado como consecuencia de la presencia simultánea de las corrientes barotrópicas y baroclínicas de ambas componentes principales de marea.

La interpretación de las series de tiempo mostradas en la figura 5 requiere considerar los conceptos pertenecientes a las teorías lineal y no lineal de ondas internas presentados en el apéndice A. Como primer paso se determinó la inclinación de los rayos característicos para las mareas internas de origen diurno y semidiurno generadas en la región de medición. Este cálculo fue realizado a lo largo de dos transectos, orientados de norte a sur y de este a oeste, que se intersecan en el punto de anclaje del ADCP (fig. 6); ambos transectos son casi perpendiculares a las isobatas que atraviesan y representativos para cada una de esas zonas en la región noroeste de la bahía.

characteristics of non-linear internal waves (Filonov and Konyaev 2003, Filonov et al. 2005). The data recorded allow us to estimate the propagation velocity (phase velocity) of the wave packages marked with numbers 1 and 2 (fig. 4, group a) and 3 and 4 (fig. 4, group b) based on the following considerations: when the array of sensors was being towed backwards, after 19 min, along transect II to the position of group **b**, wave 1 had traveled a distance of 144 m; therefore, its phase velocity was 0.13 m s⁻¹. During this time interval, wave 2 came close to wave 1 and both of them increased in height, because the nearshore wave (wave 1) had traveled a longer time in shallower waters and its phase velocity decreased during propagation. Using the algorithm developed by Voorhis and Perkins (1966) and detailed by Miropol'sky (2001), we calculated that wave 3 traveled a distance of 384 m, with a phase velocity of 0.21 m s⁻¹, and that the displacement and velocity of wave 4 (the main one in group **a** and the one that almost reached wave 3), was 660 m and 0.32 m/s, respectively. The velocity of wave 4 was the highest of all of them because of its larger height and because it occurred at a geater depth than the others.

The description given in the previous paragraph of the disintegration of wave packages on the shallow continental shelf near Punta de Mita explains why this process is so fast that, in only half an hour (or, in terms of distance, hundreds of meters) the structure of these waves change completely. This is noticeable in transects III to V, where it is not possible to identify any structure similar to the wave groups observed in transects I and II.

ADCP Measurements

Measurements made with the ADCP indicate that the horizontal velocity components, with average values of 20 cm s⁻¹ and maximum of 70 cm s⁻¹, are one order of magnitude higher than the vertical component. Given that the experiment was carried out during mixed barotropic tide with dominance of the diurnal component (fig. 5d), the circulation pattern at the mooring (fig. 5a–c) is very complicated because of the simultaneous presence of barotropic and baroclinic currents of both principal tide components.

The interpretation of the time series displayed in figure 5 requires consideration of the concepts of linear and nonlinear internal wave theories set forth in appendix A. As a first step, we calculated the inclination of the characteristic rays for the internal tides of diurnal and semidiurnal origin, generated in the measuring region. This calculation was made along the two transects oriented from north to south and from east to west, which intersect at the location of the ADCP mooring (fig. 6); both transects are almost perpendicular to the isobaths and they are representative of each zone in the northwestern region of the bay.

The average value of the Brünt-Väisäla frequency in the vertical direction (5.1 cycles h^{-1}) was calculated from the CTD measurements made on 22 December 2003. The mean

El valor medio en la vertical de la frecuencia de Brünt-Väisäla (5.1 ciclos h⁻¹) se calculó a partir de las mediciones realizadas con CTD el día 22 de diciembre de 2003. La inclinación media de los rayos característicos para esta época del año fue, en el caso de las componentes de marea diurna y semidiurna, de 0.94 y 3.8 grados, respectivamente. Los valores de la pendiente de fondo a lo largo de los transectos I y II se presentan en la tabla 1. Con base en los valores de inclinación de rayos característicos y de fondo se determinó en qué parte de los transectos se tiene un valor de α/γ (rectángulos sombreados de la fig. 6).

Los valores teóricos calculados a partir del modelo lineal (ecuación A1) indican que, en la plataforma continental de la región norte de la Bahía de Banderas, la longitud de las ondas internas es de unos cuantos kilómetros. La marea interna generada se propaga en un principio en forma de rayos inclinados. Luego de una múltiple refracción de los rayos por el fondo y la superficie, se origina una fluctuación estacional en la vertical, i.e., modos de oscilación (Baines 1982). Para determinar la trayectoria de un rayo característico, se calcula la distancia horizontal L para cada capa de agua, como función de la profundidad y de la inclinación del rayo característico:

$$L_i = H_i \times c_i$$

donde $c_i = tg\gamma_i = ((N_i^2 - \omega^2)/(\omega^2 - f^2))^{1/2}$ e *i* es el número de capa. Esta metodología es descrita por Filonov y Lavín (2003).

Como se observa en la figura 6, en el transecto I existen zonas de generación de marea interna diurna y semidiurna (indicados con números 1 y 2). El rayo característico de la marea diurna tiene menos de medio ciclo durante su propagación desde su origen hacia el punto de anclaje del ADCP y, por consiguiente, podemos encontrar evidencia en nuestras mediciones de la presencia de ondas internas inclinadas en las capas superficiales. En el caso de la marea semidiurna, el rayo presenta cuatro ciclos de reflexión entre superficie y fondo y, como consecuencia, en el lugar del anclaje puede formarse la estructura modal para esas ondas internas. En el transecto II la pendiente del fondo es muy suave (menos de un grado), por lo que en él se presenta únicamente una zona de generación de ondas diurnas y el rayo característico tiene poco más de un ciclo durante su propagación entre su origen y el lugar del anclaje. Por lo tanto, las ondas internas que se propagan sobre la plataforma continental, provenientes de mar abierto (no del interior de la bahía), son también ondas inclinadas, pero no pueden dar lugar a una estructura modal.

En la figura 5(a, b) se evidencia en las series de tiempo la presencia de las ondas internas a lo largo de los ejes horizontales: en las fluctuaciones predominan ondas internas de tipo semidiurno; en la componente norte-sur de velocidad se distinguen claramente cuatro ondas que corresponden al segundo modo de oscilación y que presentan un desfase de casi 6 h con respecto a la marea barotrópica, que es el tiempo que tardan en alcanzar el punto de medición. La distancia aproximada desde la zona de generación de estas ondas y el punto de ubicación inclination of the characteristic rays at this time of the year was 0.94 and 3.8 degrees for the diurnal and semidiurnal tide constituents, respectively. The values of the bottom slope along transects I and II are displayed in table 1. Based on the inclination of the characteristic rays and the bottom slope, parts of the transects with ratio α/γ were determined (shaded rectangles in fig. 6).

The theoretical values calculated based on the linear model (equation A1) indicate that, on the continental shelf of the northern region of Banderas Bay, the typical internal wave length is of a few kilometers. The internal tide generated starts to propagate as inclined rays. After multiple refraction of the rays by the seabed and the surface, a seasonal fluctuation in the vertical is generated, i.e., oscillation modes (Baines 1982). To determine the trajectory of a characteristic ray, the horizontal distance L is calculated for each water layer, as a function of depth and inclination of the characteristic ray:

$$L_i = H_i \times c_i$$

where $c_i = tg\gamma_i = ((N_i^2 - \omega^2)/(\omega^2 - f^2))^{1/2}$ and *i* is the number of layer. This methodology is described in detail by Filonov and Lavín (2003).

As can be seen in figure 6, in transect I there are zones where diurnal and semidiurnal internal tides are generated (marked with numbers 1 and 2). The characteristic ray of the diurnal tide has less than a half cycle during its propagation from its origin to the ADCP mooring and, therefore, we can find evidence in our measurements of the presence of inclined internal waves in the surface layers. In the case of the semidiurnal tide, the ray exhibits four reflection cycles between surface and seabed and, consequently, the modal structure of these internal waves can be formed at the mooring location. In transect II the bottom slope is very smooth (less than one degree), so for this transect there is only one generation zone for diurnal waves and the characteristic ray completes more than one cycle during its propagation between its origin and the mooring. Therefore, the internal waves that propagate over the continental shelf from the open sea (rather than from the bay), are also inclined waves, but they cannot give place to a modal structure.

The time series in figure 5(a, b) display evidence of the presence of internal waves along the horizontal axis: semidiurnal internal waves predominate in the fluctuations, and in the north-south velocity component four waves can be clearly distinguished that correspond to the second oscillation mode and present a time difference of almost 6 h relative to the barotropic tide, which is the time period required for them to reach the measuring point. The approximate distance between the generation zone of these waves and the ADCP mooring is 10 km; hence, its average mean velocity was 0.4 m s⁻¹, consistent with the linear theory in the case of transect I (0.46 m s⁻¹), whose average depth is 78 m. The presence of near-shore linear internal waves corresponding to the second mode of oscillation on the continental shelf has been reported by Navrotsky *et al.* (2004).



Figura 5. (**a**, **b**, **c**) Componentes de velocidad $U(z, \hbar)$, $V(z, \hbar)$ y $W(z, \hbar)$ de las corrientes registradas con el ADCP del 22 a 24 de diciembre de 2003 para 20 capas de una columna de agua de 28 m de profundidad. La discretizacion temporal fue igual a 2 min. Las isolíneas de componentes de velocidad horizontal y vertical están dibujadas cada 200 mm/s y cada 20 mm/s, respectivamente. (**d**) Serie de tiempo de altura de la marea barotrópica en Puerto Vallarta. (**e**) Promedios horarios de los vectores de velocidad de la corriente en toda la columna de agua **Figure 5**. (**a**, **b**, **c**) Velocity components $U(z, \hbar)$, $V(z, \hbar)$ and $W(z, \hbar)$ of the currents recorded by the ADCP from 22 to 24 December 2003 at 20 levels of a 28-m water column with a 2-min sampling frequency. The contour intervals for vertical and horizontal velocity components are 200 and 20 mm/s, respectively. (**d**) Time series of barotropic tide height in Puerto Vallarta. (**e**) Hourly averages of the current velocity vectors for the entire water column.

del ADCP es de 10 km, por lo que su velocidad de fase media fue de 0.4 m s⁻¹, como era de esperarse de acuerdo con la teoría lineal en el caso del transecto I (0.46 m s⁻¹), con una profundidad media de 78 m. La presencia de ondas internas lineales correspondientes al segundo modo de oscilación sobre la plataforma continental, cerca de la costa, ha sido registrada por Navrotsky *et al.* (2004). The horizontal currents measured are very close to the surface compared with the second theoretical oscillation mode (fig. 2e). This is because the dynamics of the internal tide in the study area is much more complicated than that described by the linear theory. Besides, it is possible that waves from other zones of the continental slope of the bay also arrived at the measuring point, and this complicates the analysis of the image Como se observa, las corrientes horizontales medidas se encuentran muy próximas a la superficie en comparación con el segundo modo normal de oscilación teórico (fig. 2e). Esto se debe a que la dinámica de la marea interna en el área de estudio es mucho más complicada que la descrita a partir de la teoría lineal. Además, muy posiblemente al punto de medición arribaron ondas provenientes de otras zonas del talud continental de la bahía, lo que complica el análisis de la imagen obtenida a partir de las mediciones. La variabilidad de la componente U(z, t) evidencia únicamente la presencia de ondas internas inclinadas de tipo diurno, pegadas al fondo.

La componente W(z, t), presenta valores de corrientes verticales de hasta ±50 mm s⁻¹, ocasionados por la llegada continua de ondas internas no lineales (una "lluvia" de ondas) de corto período (del orden de decenas de minutos), con una altura de 5 a 20 m. Estas ondas se generan por la desintegración de la marea interna y su intensificación está bien correlacionada con el arribo de ondas internas diurnas y, sobre todo, semidiurnas. El cálculo de los parámetros de estas ondas se realizó con base en las ecuaciones descritas por la teoría no lineal (apéndice A).

Comparación entre los parámetros de los paquetes de ondas calculados con base en las teorías lineal y no lineal de ondas internas

La variabilidad temporal de la componente vertical de la velocidad de la corriente $W_z(t)$ en un horizonte fijo se relaciona con el desplazamiento vertical $\zeta_z(t)$ de una partícula liquida a través de la ecuación:

$$\varsigma_z(t) = \int W_z(t) dt$$

donde z es la profundidad a la que fueron medidas las fluctuaciones de la componente vertical de corrientes (Konyaev y Sabinin 1992). Esta ecuación permite recalcular los datos registrados por el ADCP como W(z, t) en forma de una matriz de desplazamientos verticales $\zeta(z, t)$ en toda la capa de mediciones.

Las oscilaciones analizadas en la figura 7 están asociadas a una forma de termoclina inclinada hacia el fondo con valles pronunciados y crestas suaves. En otras palabras, estas oscilaciones fueron asimétricas y presentaron la forma parecida a la de solitones de Korteweg-de Vries (KdV) (Filonov y Trasviña 2000). Con el fin de dar base sólida a esta afirmación, se eligió la serie de desplazamientos verticales en el horizonte de 10.3 m para analizar las oscilaciones particularmente "regulares" en cuanto a su asimetría y se calcularon los parámetros característicos de las ondas internas utilizando las teorías lineal y no lineal (apéndice A).

Para el cálculo mediante las fórmulas A1 a A5 (Apéndice A) de los parámetros de las ondas internas señaladas en la figura 6a se utilizaron los datos del perfil vertical de N(z) y de las funciones propias del primer modo de W(z). A partir de los resultados obtenidos (tabla 2), es posible afirmar que en la plataforma continental de la parte noroeste de la Bahía de



Figura 6. (a) Esquema para explicar los resultados de medición de corrientes en el punto donde fue anclado el ADCP. Las líneas punteadas l y II señalan la posible dirección de propagación de las ondas internas de marea desde lugar de su generación. Los rectángulos sombreados indican las partes de cada transecto donde se cumple que α/γ para las ondas internas diurnas (1) y semidiurnas (2). (b, c) Esquema de propagación de los rayos característicos a lo largo de los transectos I y II en la columna de agua.

Figure 6. (a) Clarification of the results of the current measurements at the location of the ADCP mooring. Dotted lines I and II indicate a possible direction of propagation of internal tide waves from their generation zone. Shaded rectangles indicate the parts of each transect where α/γ is true for diurnal (1) and semidiurnal (2) internal waves. (b, c) Propagation diagram of the characteristic rays along transects I and II in the water column.

obtained from the measurements. The variability of the U(z, t) component demonstrates that only inclined internal waves of the diurnal type are observed at the bottom.

The W(z, t) component values for the vertical currents were of up to ±50 mm s⁻¹, caused by the continuous arrival of shortperiod (about tens of minutes), nonlinear internal waves (a "rain" of waves), from 5 to 20 m in height. These waves are generated by the disintegration of the internal tide and its intensification, and well correlated with the arrival of diurnal and,

Transe	ecto I	Transecto II				
Distancia desde la costa (km)	Pendiente de fondo (grados)	Distancia desde el ADCP (km)	Pendiente de fondo (grados)			
0	0	0	0			
1	0.3	1	-0.1			
3	0.3	3	-0.18			
5	0.4	5	0.1			
7	0.5	7	0.8			
9	0.9	9	0.9			
11	1.7	11	0.8			
13	3.0	13	0.7			
15	15 6.3		0.7			
		17	0.7			

Tabla 1. Pendiente de fondo, α = arctan(dz/dx), a lo largo de los transectos I y II mostrados en la figura 6 (líneas punteadas). **Table 1.** Bottom slope (in degrees), α = arctan(dz/dx), along transects I and II shown in figure 6 (dotted lines).

Banderas se observan oscilaciones de corto periodo en la termoclina. Estas oscilaciones son producto de la desintegración de la marea interna y presentan una estructura muy parecida a la de solitones descritos por la ecuación de KdV. La altura y el periodo de las ondas fueron calculados a partir de los desplazamientos verticales y de la ecuación A4, respectivamente. La altura media de estas ondas tiene un rango de 6 a 13 m, con una duración de 25 a 50 min, una velocidad de fase de 0.1 m s⁻¹ y un semiancho de entre 60 y 150 m. Su amplitud máxima fue mayor a 13 m.



Figura 7. (a) Serie de tiempo de los desplazamientos verticales de la termoclina correspondientes al horizonte de 10.3 m de profundidad. Con arábigos se indican aquellas ondas individuales (b) para las que fueron calculados sus parámetros con base en las teorías lineal y no lineal (ver tabla 1). La barra vertical muestra la escala de las ondas.

Figure 7. (a) Time series of the vertical displacement of the thermocline at 10.3 m depth. Arabic numbers indicate the individual waves (b) for which the parameters were calculated based on linear and nonlinear theories (see table I). The vertical bar shows the scale of the waves.

above all, semidiurnal internal waves. The calculation of the parameters for these waves was made based on the equations described by the nonlinear theory (appendix A).

Comparison of the parameters of the wave packages calculated based on linear and nonlinear internal wave theories

The temporal variability of the vertical component of the current velocity $W_z(t)$ at a fixed level is related to the vertical displacement $\varsigma_z(t)$ of a liquid particle through the equation:

$$\varsigma_{z}(t) = \int W_{z}(t) dt$$

where *z* is the depth where the fluctuations of the vertical component of currents were measured (Konyaev and Sabinin 1992). This equation allows for the recalculation of the data recorded by the ADCP as W(z, t) in the shape of a matrix of vertical displacements $\varsigma(z, t)$ in all the layer of measurements.

The oscillations shown in figure 7 are associated with the fact that the thermocline is inclined in direction of the seabed with steep troughs and smooth crests. In other words, these oscillations were asymmetrical and displayed a shape similar to that of Korteweg-de Vries (KdV) solitons (Filonov and Trasviña 2000). In order to support the latter statement, we selected vertical displacement series for the 10.3-m horizon to analyze the oscillations, which are particularly "regular" in asymmetry. The characteristic parameters of the internal waves were then calculated using linear and nonlinear theories (appendix A).

To calculate the parameters of the internal waves indicated in figure 6a (equations A1–A5, appendix A), the data of the vertical profiles corresponding to N(z) and the eigenfunctions of the first mode W(z) were used. From the results obtained

Modelo lineal				Modelo no lineal (KdV)					
No. de onda	ς ₀ (m)	$ au_0$ (min)	C ₀ (m/s)	<i>L</i> , (m)	$\frac{\alpha \times 10^{-2}}{(l/s)}$	β (m ²)	C _s m/s	<i>L</i> _s (m)	Ur (m/s)
1	8.2	27	0.101	82	-0.392	3.98	0.112	38.5	54
2	7.7	25	0.100	75	-0.388	3.94	0.112	39.8	43
3	6.8	23	0.096	66	-0.373	3.78	0.111	42.3	29
4	6.2	27	0.101	82	-0.392	3.98	0.110	44.3	54
5	9.4	26	0.101	77	-0.393	3.97	0.114	36.0	55
6	9.6	25	0.100	75	-0.388	3.94	0.115	35.6	53
7	9.9	48	0.105	151	-0.408	4.14	0.115	35.1	222
8	13.1	51	0.105	160	-0.408	4.14	0.119	30.5	330
9	11.0	53	0.105	167	-0.408	4.14	0.177	33.3	302
10	9.3	45	0.104	141	-0.404	4.10	0.114	36.2	182

Tabla 2. Parámetros de ondas internas en el lugar del anclaje con ADCP, calculados mediante las teorías lineal y no lineal (KdV) de ondas internas. Table 2. Internal wave parameters at the location of the ADCP mooring, calculated using linear and nonlinear (KdV) internal wave theories.

También fue calculado el parámetro de Ursell (ecuación A5). La teoría de solitones KdV dice que, si los valores del parámetro de Ursell son altos (mayores a 12), ello significa que en la onda predomina la no linealidad y que su velocidad de fase también es alta (Konyaev y Sabinin 1992, Miropol'sky 2001). Los valores del parámetro de Ursell para todas las ondas analizadas en nuestro estudio son muy altos (de 29 hasta 330), por lo que se trata de ondas internas no lineales.

A partir de la ecuación A2 se tiene que la velocidad del solitón y su semianchura dependen de su altura cuando la estratificación es constante. Así, entre mayor sea el tamaño del solitón, mas rápido se mueve; al mismo tiempo, la forma del solitón se modifica de manera tal que, con el aumento de su altura, el solitón se comprime cada vez más (Konyaev y Sabinin 1992). De esta manera, la transformación no lineal de la marea baroclínica en la plataforma continental da lugar a un amplio espectro de ondas semejantes a solitones que, como consecuencia de sus diferentes alturas, se dispersan rápidamente en el espacio y conforman un comportamiento específico de fluctuaciones en los campos hidrofísicos que, en este caso, fue registrado en las mediciones con ADCP.

En la figura 8 se muestra el espectro de energía de la serie de tiempo presentada en la figura 7a. El espectro fue obtenido por suavizado de las 15 frecuencias independientes del periodograma correspondiente, y en él se observan varios picos de densidad espectral con periodos de 4.5 a 70 min. Su inclinación igual a ω^{-3} , a medida que aumenta la frecuencia y disminuye la energía, es la típica para las ondas internas no lineales que se desintegran en la plataforma continental del océano mundial (Mihaly *et al.* 1998, van Haren *et al.* 2002, van Haren 2004). Este comportamiento se debe a que las ondas internas, durante su propagación sobre la plataforma continental, redistribuyen su energía de las ondas grandes a las pequeñas, en una cascada (table 2), it is possible to confirm that short-period oscillations in the thermocline occur on the continental shelf of the northwestern part of Banderas Bay. These oscillations are a product of the internal tide disintegration and they exhibit a structure very similar to the solitons described by the KdV equation. The height and period of these waves were calculated from the vertical displacements and equation A4, respectively. The mean height of these waves ranged from 6 to 13 m, with a duration of 25 to 50 min, a phase velocity of 0.1 m s⁻¹ and a semiwidth between 60 and 150 m. The maximum amplitude was higher than 13 m.

The Ursell parameter (equation A5) was also calculated. The KdV soliton theory establishes that, if the values of the Ursell parameter are high (greater than 12), this means that nonlinearity predominates in the wave and that the phase velocity is also high (Konyaev and Sabinin 1992, Miropol'sky 2001). The values for the Ursell parameter in all waves analyzed in our study were high (from 29 to 330); hence, we are dealing with nonlinear internal waves.

It follows from equation A2 that velocity and semiwidth of the soliton depend on its height when the stratification is constant. So, the larger the size of the solitons, the faster they move. At the same time, the shape of the solitons is modified in such a way that a soliton becomes more and more compressed when its height is increasing (Konyaev and Sabinin 1992). Thus, the nonlinear transformation of the baroclinic tide on the continental slope results in a wide spectrum of waves similar to solitons, which, because of their different heights, disperse quickly in space and conform a specific pattern of fluctuations in the hydrophysical fields. In this study, this was recorded by the ADCP measurements.

In figure 8 the energy spectrum for the time series introduced in figure 7a is displayed. The spectrum was obtained by smoothing the 15 independent frequencies of the



Figura 8. Espectro energético de la serie del tiempo de desplazamientos verticales mostrada en la figura 6a. La línea inclinada representa la ley de disminución de la densidad espectral conforme la frecuencia aumenta. La barra vertical muestra el nivel de confianza del espectro.

Figure 8. Energetic spectrum of the time series of vertical displacements shown in figure 6a. The inclined line represents the spectrum density attenuation law as a function of frequency. The vertical bar shows the confidence level of the spectrum.

de energía similar a la que se presenta en vórtices. Un modelo analítico para el espectro de las ondas no lineales y una explicación detallada de la ley de la inclinación de ω^{-3} se encuentran en el trabajo de Filonov y Novotryasov (2005).

Las mareas internas se propagan hacia la costa desde su zona de generación en el talud continental con una periodicidad casi semidiurna y dan lugar a ondas solitarias que modifican notablemente la termoclina y otras características de los campos hidrofísicos e hidroquímicos en la plataforma continental (Filonov y Trasviña 2000). Un bore interno oscilatorio se genera como resultado de un balance entre la no linealidad de la onda β y de la dispersión α de la velocidad de las ondas internas. Con el tiempo, las oscilaciones dan lugar a un tren de ondas internas solitarias y, conforme disminuye la profundidad, los solitones se desintegran (Liu 1985, Pingree *et al.* 1986, Liu 1988, Filonov *et al.* 2005).

Los resultados del presente estudio muestran que la marea interna en la parte noroeste de la Bahía de Banderas, como en otras regiones del océano con una plataforma continental ancha, tiene la forma de un bore interno oscilatorio con una longitud aproximada de 2.5 km y una velocidad de fase de casi 0.30 m/s. Durante el proceso de desintegración de la marea interna se forman grupos de ondas internas cortas no lineales, de primer modo. Estas ondas tuvieron una altura mayor a 10 m, velocidades orbitales en la vertical de más de 0.1 m s^{-1} , periodos de 20 a 50 min y longitudes de 150 a 300 m. Por su corresponding periodogram, and one can observe several peaks of spectral density with periods of 4.5 to 70 min. Its slope is equal to ω^{-3} , as the frequency increases and the energy decreases, which is typical for nonlinear internal waves that disintegrate on the continental shelf of the global ocean (Mihaly *et al.* 1998, van Haren *et al.* 2002, van Haren 2004). This behavior can be attributed to the fact that internal waves, during their propagation on the continental shelf, redistribute their energy from larger to smaller waves, in an energy cascade similar to that found in a vortex. An analytical model for the spectrum of nonlinear waves and a detailed explanation for the ω^{-3} slope can be found in Filonov and Novotryasov (2005).

Internal tides propagate from their generation zone on the continental slope with almost semidiurnal periodicity and cause solitary waves that modify dramatically the thermocline and other characteristics of the hydrophysical and hydrochemical fields of the continental shelf (Filonov and Trasviña 2000). An oscillatory internal bore is generated as a result of the balance between the nonlinearity of the β wave and of the α velocity dispersion of internal waves. In time, the oscillations give rise to a train of solitary waves and, as the depth decreases, the solitons disintegrate (Liu 1985, Pingree *et al.* 1986, Liu 1988, Filonov *et al.* 2005).

The results of the present study show that the internal tide in the northwestern part of Banderas Bay, like in other regions of the ocean having a wide continental shelf, has the shape of an internal oscillatory bore with an approximate length of 2.5 km and a phase velocity of almost 0.30 m s⁻¹. During the internal tide disintegration process, short nonlinear internal waves of the first mode are formed. The height of these waves is greater than 10 m, orbital vertical velocities are higher than 0.1 m/s, periods are from 20 to 50 min, and wavelengths from 150 to 300 m. Because of their large height, the nonlinear internal waves measured are not stable and give rise, during their shoreward displacement, to waves of decreasing period and length, causing mixing in some parts of the water column, which corresponds to the vertical temperature steps in figure 2.

Acknowledgements

This work received financial support from CONACYT (grants 35553-T and 46674). We thank the two anonymous reviewers for their comments and suggestions that allowed us to significantly improve our paper.

- Filonov AE, Konyaev KV. 2006. Orbital motions and coherent structures in the internal tide on a steep shelf off the Pacific coast of Mexico. Geophys. Res. Lett. 33: doi:10.1029/2006GL026712.
- Filonov AE, Monzón CO, Tereshchenko IE. 1996a. On the conditions of internal wave generation along the west coast of Mexico. Cienc. Mar. 22: 255–272.
- Filonov AE, Konyaev KV, Tereshchenko IE, Monzon CO. 2005. Semidiurnal internal tide at the Pacific coast of Mexico. Izv. Atmos. Ocean. Phys. 41(3): 383–392.
- Fu LL, Holt B. 1984. Internal waves in the Gulf of California: Observations from spaceborne radar. J. Geophys. Res. 89: 2053– 2060.

gran altura, las ondas internas no lineales medidas no son estables y dan lugar, durante su desplazamiento hacia la costa, a ondas de periodo y longitud cada vez menores, ocasionando mezcla en algunas partes de la columna de agua, lo que en la figura 2 corresponde a los escalones verticales de temperatura.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado gracias al apoyo del CONACYT (proyectos 35553-T y 46674). También deseamos agradecer a los dos revisores anónimos de este artículo por sus críticas y sugerencias, que nos permitieron mejorar nuestro trabajo de manera significativa.

Referencias

- Apel JR. 1981. Nonlinear features of internal waves as derived from SEASAT imaging radar. In: Gower JFR (ed.), Oceanography from Space. Plenum Press, New York, pp. 525–533.
- Apel JR, Gonzales FI. 1983. Nonlinear features of internal waves off Baja California as observed from the SEASAT imaging radar. J. Geophys. Res. 88(C7): 4459–4466.
- Apel JR, Holbrook JR, Lin AK, Tsai JJ. 1985. The Sulu sea internal soliton experiment. J. Phys. Oceanogr. 15: 1625–1651.
- Baines PG. 1982. On internal tide generation models. Deep-Sea Res. 29: 307–338.
- Bourgault D, Kelley DE. 2003. Wave-induced boundary mixing in a partially mixed estuary. J. Mar. Res. 61: 553–576.
- Brekhovskikh LM, Konyaev KV, Sabinin KD, Serikov AN. 1975. Short-period internal waves in the sea. J. Geophys. Res. 80: 856– 864.
- CNA-SEMARNAT. 1999. Régimen de almacenamientos hasta 1999. Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales. En CD-ROM.
- Craig PD. 1987. Solution for internal tide generation over coastal topography. J. Mar. Res. 45: 83–105.
- Defant A. 1950. Reality and illusion in oceanographic surveys. J. Mar. Res. 9: 15–31.
- Dyer KR. 1988. Tidally generated estuarine mixing processes. In: Kjerfve B (ed.), Hydrodynamics of Estuaries. 1. Estuarine Physics. CRC Press, Boca Raton, pp. 41–57.
- Filonov AE. 1997. On the interpretation of short-period fluctuation in the thermocline obtained from a towed sensor. Cienc. Mar. 23: 209–225.
- Filonov AE. 2000. Internal tide and tsunami waves in the continental shelf of the Mexican western coast. Oceanogr. East. Pacific 1: 31–45.
- Filonov AE, Trasviña A. 2000. Internal waves on the continental shelf of the Gulf of Tehuantepec, Mexico. Estuar. Coast. Shelf Sci. 50: 531–548.
- Filonov AE, Konyaev KV. 2003. Nonlinear internal waves near Mexico's central Pacific coast. In: Velasco-Fuentes OU, Scheinbaum J, Ochoa J (eds.), Nonlinear Processes in Geophysical Fluid Dynamics. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp. 377–386.
- Filonov AE, Lavín MF. 2003. Internal tides in the northern Gulf of California. J. Geophys. Res. 108(C5): 3151, doi: 10.1029/ 2002JC001460.
- Filonov AE, Novotryasov V. 2005. Some features of the nonlinear internal wave spectrum in the coastal zone. Geophys. Res. Lett. 32, L15602: 1–5.

- Gan J, Ingram RG. 1992. Internal hydraulics, solitons and associated mixing in a stratified sound. J. Geophys. Res. 97: 9669–9688.
- Gyure B, Jánosi IM. 2003. Stratified flow over asymmetric and double bell-shaped obstacles. Dyn. Atmos. Oceans 37: 155–170.
- Hayes SP, Halpern D. 1976. Observations of internal waves and coastal upwelling off the Oregon coast. J. Mar. Res. 34: 247–267.
- Holloway PE. 1985. A comparison of semidiurnal internal tides from different bathymetric locations on the Australian North West Shelf. J. Phys. Oceanogr. 15: 240–251.
- Holloway PE. 1987. Internal hydraulic jumps and solitons at a shelfbreak region on the Australian North West Shelf. J. Geophys. Res. 92: 5405–5416.
- Imberger J, Ivey GN. 1991. On the nature of turbulence in a stratified fluid. Part II: Application to lakes. J. Phys. Oceanogr. 21: 659– 680.
- INEGI-SPP. 1983. Carta Batimétrica. Islas Revillagigedo, escala 1:1,000,000, cve. CB-006.
- Konyaev KV, Sabinin KD. 1992. Waves inside the Ocean. Hydrometeoizdat. Sankt-Petersburg, 272 pp.
- Konyaev KV, Sabinin KD, Serebryany AN. 1995. Large-amplitude internal waves at the Mascarene Ridge in the Indian Ocean. Deep-Sea Res. 42(11/12): 2063–2074.
- Kshevetskii SP. 2001. Analytical and numerical investigation of nonlinear internal gravity waves. Nonlin. Proc. Geophys. 8: 37–53.
- Liu AK. 1988. Analysis of nonlinear internal waves in the New York Bay. J. Geophys. Res. 93: 12317–12329.
- Liu AK, Holbrook JR, Apel JR. 1985. Nonlinear internal wave evolution in Sulu Sea. J. Phys. Oceanogr. 15: 1613–1624.
- Liungman O. 2000. Tidally forced internal wave mixing in a *k*-ε model framework applied to fjord basins. J. Phys. Oceanogr. 30: 352–368.
- MacIntyre S, Flynn KM, Jellison R, Romero J. 1999. Boundary mixing and nutrient fluxes in Mone Lake, California. Limnol. Oceanogr. 44: 512–529.
- Michallet H, Ivey GN. 1999. Experiments on mixing due to internal solitary waves breaking on uniform slopes. J. Geophys. Res. 104: 13467–13477.
- Mihaly SF, Thomson RE, Rabinovich AB. 1998. Evidence for nonlinear interaction between internal waves of inertial and semidiurnal frequency. Geophys. Res. Lett. 25: 1205–1208.
- Miropol'sky YZ. 2001. Dynamics of Internal Gravity Waves in the Ocean. Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 406 pp.
- Navrotsky VV, Lozovatsky ID, Pavlova EP, Fernando HJS. 2004. Observations of internal waves and thermocline splitting near a shelf break of the Sea of Japan (East Sea). Cont. Shelf Res. 24: 1375–1395.
- Osborn AR, Burch TL. 1980. Internal solitons in the Andaman Sea. Science 208: 451–460.
- Ostrovsky LA, Stepanyants YA. 1989. Do internal solitons exist in the ocean? Rev. Geophys. 27: 293–310.
- Park JH. 1986. Semidiurnal internal tides on the continental shelf off Abidjan. J. Phys. Oceanogr. 16: 1585–1592.
- Pingree RD, Mardell GT. 1985. Solitary internal waves in the Celtic Sea. Prog. Oceanogr. 14: 431–442.
- Pingree RD, Mardell GT, New AL. 1986. Propagation of internal tides from the upper slopes of the Bay of Biscay. Nature 321: 154–158.
- Rippeth TP. 2005. Mixing in seasonally stratified shelf seas: A shifting paradigm. Philos. Trans. R. Soc. (A: Math. Phys. Eng. Sci.) 363: 2837–2854.
- Sabinin KD. 1982. High-frequency internal wave spectra in the nearequatorial zone of the Indian Ocean. Okeanologiya 22: 909–915.
- Sandstrom H, Elliott JA. 1984. Internal tide and solitons on the Scotian Shelf: A nutrient pump at work. J. Geophys. Res. 89: 6415–6426.

- Sandstrom H, Oakey NS. 1994. Dissipation in internal tides and solitary waves. J. Phys. Oceanogr. 25: 604–614.
- Sandstrom H, Elliot JA, Cochrane NA. 1989. Observing groups of solitary internal waves and turbulence with BATFISH and echosounder. J. Geophys. Res. 19: 987–997.
- Seiwell J. 1939. The effect of short period variations of temperature and salinity on calculation in dynamics topography. Phys. Oceanogr. Meteorol 110.
- Stigebrandt A. 1979. Observational evidence for vertical diffusion driven by internal waves of tidal origin in the Oslo fjord. J. Phys. Oceanogr. 9: 435–441.
- Valle-Levinson A, Atkinson LP, Figueroa D, Castro L. 2003. Flow induced by upwelling winds in an equatorward facing bay: Gulf of Arauco, Chile. J. Geophys. Res. 108: 3054.
- Van Haren H. 2004. Some observations of nonlinearly modified internal wave spectra. J. Geophys. Res. 109 (C03045).

- Van Haren H, Maas L, van Aken H. 2002. On the nature of internal wave spectra near the continental slope. Geophys. Res. Lett. 29: doi: 10,1029/2001GL014341.
- Vlasenko V, Hutter K. 2002. Numerical experiments on the breaking of solitary internal waves over a slope-shelf topography. J. Phys. Oceanogr. 32: 1779–1793.
- Voorhis AD, Perkins HT. 1966. The spatial spectrum of short-wave temperature fluctuations in the near surface thermocline. Deep-Sea Res. 13: 641–654.
- Wang BJ, Bogucki DJ, Redekopp LG. 2001. Internal solitary waves in a structured thermocline with implications for resuspension and the formation of thin particle-laden layers. J. Geophys. Res. 106: 9565–9585.
- Winters KB, Lombard PN, Riley JJ, D'Asaro EA. 1995. Available potential energy and mixing in density stratified fluids. J. Fluid Mech. 289: 115–128.

Recibido en abril de 2006; aceptado en noviembre de 2006

Apéndice A

Los parámetros teóricos que describen el comportamiento de las ondas internas marcadas con arábigos en la figura 7 fueron calculados mediante la solución numérica de la ecuación (Miropol'sky 2001):

$$W_{zz} + k_h^2 \frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2} W = 0, \qquad (A1)$$

con las condiciones de frontera W(-H) = 0, W(0) = 0 (tapa rígida). Aquí, ω es la frecuencia de la onda interna, *f* es el parámetro de Coriolis, k_h es el número de onda horizontal y N^2 es la frecuencia de Brunt-Väisälä. Como las mediciones se realizaron en agua somera (i.e., $H/\lambda \ll 1$, donde *H* es la profundidad del lugar y λ la longitud de las ondas internas), para estimar los parámetros de las ondas no lineales se utilizó el modelo no lineal de Korteweg de Vries (ver Miropol'sky 2001):

$$\zeta_t + C_0 \zeta_x + a \zeta \zeta_x + \beta \zeta_{xxx} = 0 \tag{A2}$$

donde ζ es el desplazamiento vertical, C_0 es la velocidad de fase de la onda lineal, *t* es el tiempo y *x* es la coordenada horizontal.

Los parámetros de no linealidad α y dispersión del medio β se calcularon, para el caso de una estratificación continua, mediante la función propia W(z) y la integración numérica de:

$$\alpha = -\frac{3C_0}{2} \int_{-H}^{0} \rho W_z^3(z) dz \int_{-H}^{0} \rho W_z^2(z) dz$$

De los valores de α y β , y de las alturas medidas de las ondas ζ_0 , se obtuvo la velocidad de fase de los solitones C_s y sus semianchuras o parámetros horizontales característicos L_s ,

mediante: $C_s = C_0 + \alpha \zeta_0 / 3$ y $L_s = \{(12\beta)/(\alpha \zeta_0)\}^{1/2}$.

Dado que una solución particular de la ecuación A2 es de la forma de un solitón descrito por:

$$\zeta(z) = \zeta_0 \operatorname{sech}^2[(x - C_s t)/L_s]$$
(A4)

entonces, se determinó que el período $\tau_0 = 2\pi/(k_h C_0)$ corresponde a la duración de la onda, en el nivel sech²(1) = 0.42 de su altura, medida desde el valle (ver página 82 de la monografía de Konyaev y Sabinin 1992).

También se calculó el parámetro de Ursell, que relaciona los parámetros de no linealidad y de dispersión del medio (Miropol'sky 2001):

$$Ur = \alpha \zeta_0 L^2 / 12\beta \tag{A5}$$

donde L es la longitud de la onda lineal.

Appendix A

The theoretical parameters, which describe the behavior of the internal waves and are denoted by Arabic numbers in figure 7, were calculated from the numerical solution of the equation (Miropol'sky 2001):

$$W_{zz} + k_h^2 \frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2} W = 0, \qquad (A1)$$

with the boundary conditions W(-H) = 0, W(0) = 0 (rigid lid). Here, ω is the internal wave frequency, f is the Coriolis parameter, k_h is the horizontal wave number, and N^2 is the Brunt-Väisälä frequency. Since the measurements were taken in shallow water (i.e., $H/\lambda \ll 1$, where H is the depth of the place and λ is the length of the internal waves), to estimate the nonlinear internal wave parameters we used the Korteweg-de Vries nonlinear model (see Miropol'sky 2001):

$$\zeta_t + C_0 \zeta_x + a \zeta \zeta_x + \beta \zeta_{xxx} = 0 \tag{A2}$$

where ζ is the vertical displacement, C_0 is the phase velocity of the linear internal wave, *t* is the time, and *x* is the horizontal coordinate.

The nonlinearity parameter α and the medium dispersion parameter β were calculated, for a continuous stratification, from eigenfunction W(z) and the numerical integration of:

$$\beta = \frac{C_0 \int_{-H}^0 \rho W^2(z) dz}{\int_{-H}^0 \rho W_z^2(z) dz}$$
(A3)

From the values of α and β , and measured wave heights ζ_0 , we obtained the soliton phase velocity C_s and the semiwidths or characteristic horizontal parameters L_s , using the relations

$$C_s = C_0 + \alpha \zeta_0 / 3$$
 and $L_s = \{(12\beta) / (\alpha \zeta_0)\}^{1/2}$

Given that a partial solution of equation A2 corresponds to the shape of a soliton described by:

$$\zeta(z) = \zeta_0 \operatorname{sech}^2[(x - C_s t)/L_s]$$
(A4)

we then determined that the period $\tau_0 = 2\pi/(k_h C_0)$ corresponds to the wave period at the level sech²(1) = 0.42 of its height measured from its trough (see p. 82 of the book by Konyaev and Sabinin 1992).

We also calculated the Ursell parameter, which relates the measure of nonlinearity and medium dispersion parameters (Miropol'sky 2001):

$$Ur = \alpha \zeta_0 L^2 / 12\beta \tag{A5}$$

where L is the linear internal wavelength.