

Teorema de Bayes aplicado a la estimación del rendimiento de la sardina Monterrey (*Sardinops sagax caeruleus* Girard) de Bahía Magdalena, Baja California Sur, México

Bayes theorem applied to the yield estimate of the Pacific sardine (*Sardinops sagax caeruleus* Girard) from Bahía Magdalena, Baja California Sur, Mexico

Enrique Morales-Bojórquez

Instituto Nacional de la Pesca
Laboratorio de Dinámica de Poblaciones del Pacífico Norte,
CRIP-La Paz. Carretera a Pichilingue s/n, km 1, CP 23020,
La Paz, Baja California Sur, México
E-mail: embojorq@ipn.mx

Recibido en octubre de 2000; aceptado en febrero de 2002

Resumen

Se analizó el rendimiento de la sardina monterrey *Sardinops sagax caeruleus* de Bahía Magdalena, B.C.S., utilizando un modelo de stock-reclutamiento. En este caso, el modelo fue estocástico y utilizó las hipótesis de error de proceso (H_1) en el modelo, y error de observación (H_2) en los datos, confrontando ambas hipótesis con una simulación Monte Carlo. Los resultados mostraron un sesgo positivo en las cantidades de manejo y en los parámetros del modelo, con este resultado se muestran evidencias del efecto del error de observación en la medición del “stock” adulto de la población de sardina. Un análisis estadístico apoyado en el teorema de Bayes mostró que las probabilidades estimadas de un modelo de máxima verosimilitud para la hipótesis H_1 fueron bastante informativas como probabilidades previas. De esta forma, el rendimiento máximo sostenible (MRS) de la pesquería fue de 14,400 t con $u_{MRS} = 0.35$. La tabla de decisión mostró que los parámetros del modelo tienen una probabilidad > 0.80 para α (parámetro de denso independencia) entre 0.040 y 0.058, mientras que β (parámetro de denso-dependencia) varía entre 1.6 y 2.2 con probabilidad > 0.85 . La distribución conjunta de ambos parámetros permitió un rendimiento $10,100 \text{ t} < MRS < 20,200 \text{ t}$ por temporada de pesca.

Palabras clave: análisis de riesgo, incertidumbre, simulación Monte Carlo, tabla de decisión, manejo.

Abstract

The yield of the Pacific sardine *Sardinops sagax caeruleus* from Bahía Magdalena, B.C.S., was analyzed using a stock-recruitment model. The model was stochastic, and it used the hypotheses of process error (H_1) in the model, and observation error (H_2) in the data. The results showed a positive bias in the management quantities and the parameters of the model. Confronting both hypotheses with a Monte Carlo simulation resulted in evidences of the effect of the observation error in the measurement of the adult stock of the sardine population. Statistical analysis supported in the Bayes theorem showed that the probabilities estimated from a maximum likelihood model for hypothesis H_1 are informative enough as prior probability. In this way, the maximum sustainable yield (MSY) of the fishery was 14,400 t with $u_{MSY} = 0.35$. The decision table showed that parameters of the model have a probability > 0.80 for α (density-independent parameter) between 0.040 and 0.058, while β (density-dependent parameter) varies between 1.6 and 2.2 with a probability > 0.85 . The joint distribution of both parameters allowed a yield $10,100 \text{ t} < MSY < 20,200 \text{ t}$ per fishing season.

Key words: risk analysis, uncertainty, Monte Carlo simulation, decision table, management.

Introducción

Usualmente, las políticas de manejo en pesquerías reconocen como principal factor de incertidumbre y riesgo, el reclutamiento en la población explotable. Las variaciones de naturaleza estocástica complican la explicación de las relaciones “stock-reclutamiento” y, en consecuencia, las predicciones en la tendencia de la población. Bajo estas circunstancias, los mecanismos de administración de pesquerías se deben apoyar en reglas de decisión para determinar la captura total

Introduction

Usually, management policies in fisheries recognize the recruitment of the exploitable population as the main factor of uncertainty and risk. The variations of stochastic nature complicate the explanation of the relations “stock-recruitment”, and in consequence, the predictions of the population trend. Under these circumstances, fisheries management mechanisms must advice on decision rules to determine the total allowable catch or the fishing effort in each season. For the rules to be

permisible o la cantidad de esfuerzo en cada temporada. Para que las reglas sean efectivas, se deben considerar las diferentes fuentes de error, desde la colecta de información y datos, hasta los tipos de evaluación poblacional. Es así que se acepta como una recomendación política para administración de pesquerías, evaluar la incertidumbre en el tamaño del "stock" pesquero, así como las consecuencias biológicas y económicas de políticas alternativas.

La utilización de políticas de incertidumbre y riesgo, requiere la evaluación formal de las mismas. En este sentido, los métodos comúnmente denominados "Bayesianos" han sido aplicados para proponer juicios expertos y rigurosos sobre la inferencia dentro de los métodos convencionales, sobre todo aquellos que se apoyan en análisis estadísticos frecuentistas (Francis y Shotton, 1997). El teorema de Bayes tiene la ventaja de que permite evaluar el riesgo e incertidumbre de ciertos parámetros claves, en modelos de dinámica y ecología de poblaciones. Combina datos de las pesquerías con información previa, para calcular las probabilidades posteriores, dada una serie de hipótesis alternativas. De esta forma, se obtienen las tablas de decisión, que son una herramienta útil en la elección de políticas de pesca (Hilborn y Walters, 1992).

En el caso de la sardina monterrey (*Sardinops sagax caeruleus*), en la estimación del rendimiento de la pesquería no se ha utilizado un enfoque "Bayesiano" de riesgo e incertidumbre. Algunos modelos han sido descriptivos, tratando de relacionar variaciones ambientales con cambios en distribución o índices de abundancia relativa (Lluch-Belda *et al.*, 1989; Schwartzlose *et al.*, 1999). En otros casos, los modelos han sido de tipo determinístico (Cisneros-Mata *et al.*, 1995). Sobre la relación stock-reclutamiento para *S. sagax caeruleus* existen pocos trabajos. La razón principal se deriva de la necesidad de contar con una serie larga de información de estructura por tallas o edades, de tal forma, que las fracciones poblacionales del stock y el reclutamiento puedan ser estimados por métodos estándares como el Análisis de Población Virtual (Pope, 1972), ADAPT (Gavaris, 1988), CAGEAN (Deriso *et al.*, 1985) o el Modelo de Síntesis de Stock (Methot, 1989). Para México en el Golfo de California, se cuenta con los trabajos de De Anda *et al.* (1994), Cisneros-Mata *et al.* (1995) y de Nevárez-Martínez *et al.* (1999), que usan el modelo determinístico de stock-reclutamiento de Sheperd (1982), mientras que para Bahía Magdalena (fig. 1) Morales-Bojórquez (1999) utilizó el modelo estocástico de stock-reclutamiento de Ricker (1975).

Sobre este último modelo, Morales-Bojórquez (1999) mostró varias cantidades de interés, que son útiles para la evaluación formal de riesgo e incertidumbre bajo el enfoque "Bayesiano", como son las estimaciones de máxima verosimilitud de los parámetros α (parámetro de denso independencia) y β (parámetro de denso dependencia) con sus intervalos de confianza, así como el resultado de la función objetivo y desviación estándar que se utilizó para la estimación de los parámetros. La conclusión principal del trabajo apoya la hipótesis de un efecto de error de proceso asociado al modelo de stock-reclutamiento de *S. sagax caeruleus*. De esta forma, los

effective, all different error sources must be considered, from obtaining information and data, to the kinds of stock assessment methods. It is accepted as policy advice for fisheries management to evaluate the uncertainty in the size of the fishing stock, as well as the biological and economical consequences of alternate policies.

The use of uncertainty and risk policies requires their formal evaluation. In this sense, the commonly called "Bayesian" methods have been applied to propose expert and rigorous opinions about the inference in conventional methods, especially those that rely in frequency statistical analyses (Francis and Shotton, 1997). The Bayes theorem has the advantage of evaluating the risk and uncertainty of certain key parameters in population dynamics and ecology models. It combines data from fisheries with previous information to calculate the subsequent probabilities given a series of alternate hypotheses. In this way, decision tables are obtained that are a useful tool for choosing fishing policies (Hilborn and Walters, 1992).

In the case of the Pacific sardine (*Sardinops sagax caeruleus*), a "Bayesian" approach of risk and uncertainty has not been used for its yield assessment. Some models have been descriptive, trying to relate environmental variations with changes in the distribution or relative abundance indices (Lluch-Belda *et al.*, 1989; Schwartzlose *et al.*, 1999). In other cases, models have been deterministic (Cisneros-Mata *et al.*, 1995). There are few works for *S. sagax caeruleus* about its stock-recruitment relation. The main reason for this derives from the lack of long information series required about the structure by sizes or ages, in such a way that the population fractions of the stock and the recruitment could be assessed by standard methods such as the Virtual Population Analysis (Pope, 1972), ADAPT (Gavaris, 1988), CAGEAN (Deriso *et al.*, 1985) or the Stock Synthesis Model (Methot, 1989). For Mexico, in the Gulf of California, there are reports from De Anda *et al.* (1994), Cisneros-Mata *et al.* (1995) and Nevárez-Martínez *et al.* (1999), that use the deterministic stock-recruitment model from Sheperd (1982), while for Bahía Magdalena (fig. 1) Morales-Bojórquez (1999) used the stochastic stock-recruitment model from Ricker (1975).

About this model, Morales-Bojórquez (1999) showed several quantities of interest, which are useful for the formal evaluation of risk and uncertainty under the "Bayesian" approach, as are the maximum likelihood estimations for the parameters α (denso-independent parameter) and β (denso-dependent parameter) with their confidence intervals, as well as the result of the objective function and standard deviation that was used for the estimation of the parameters. The main conclusion of the study supports the hypothesis of an effect of processing error associated to the stock-recruitment model of *S. sagax caeruleus*. In this way, the main elements to perform the risk and uncertainty analyses are documented. In this paper, the objective is to calculate the risk and the uncertainty in the yield

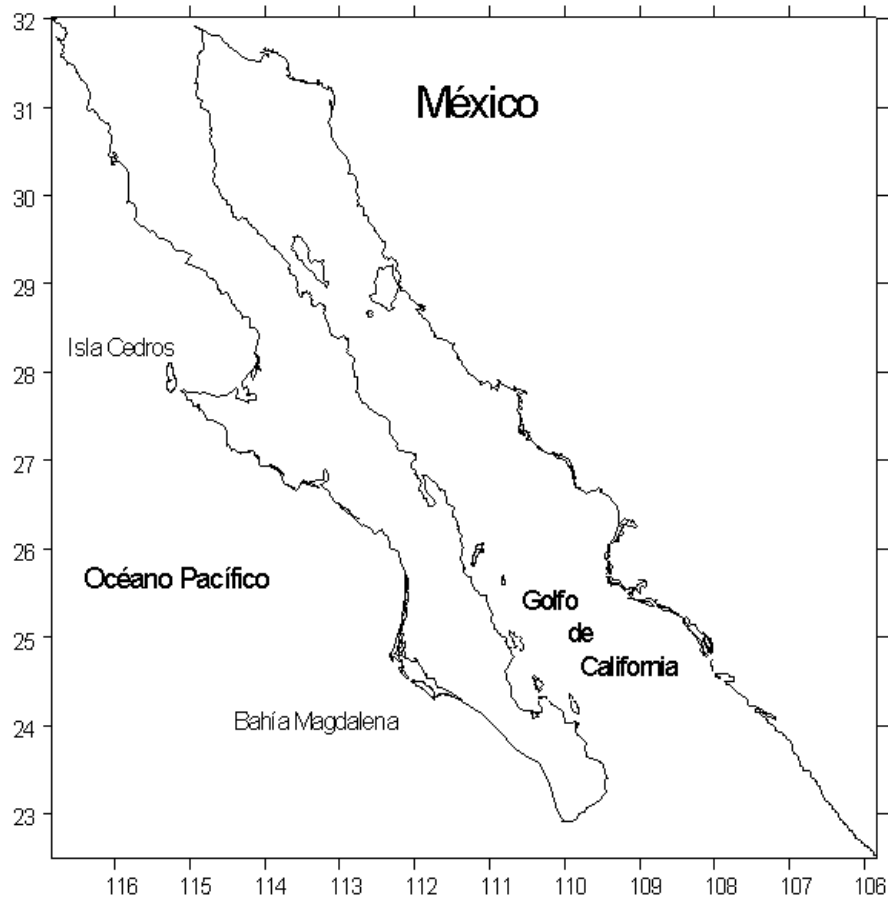


Figura 1. Zona de estudio en la costa suroeste de la Península de Baja California.
Figure 1. Study area in the southwest coast of the Baja California Peninsula.

principales elementos para realizar el análisis de riesgo e incertidumbre están documentados. En este trabajo, el objetivo es estimar el riesgo y la incertidumbre en el cálculo del rendimiento de la pesquería de sardina monterrey (*S. sagax caeruleus*) usando un modelo de stock-reclutamiento.

Material y métodos

Estimación de las cantidades de manejo

A partir de la matriz de estructura por edades de Félix-Uraga *et al.* (1996), Morales-Bojórquez (1999) estimó las fracciones del “stock” adulto y reclutamiento de *S. sagax caeruleus* (1981–1993), analizando los datos con el modelo de Ricker (1975) de la siguiente forma:

$$R = \alpha S \exp^{-\beta S} \exp(w_t) \quad (1)$$

En este caso, w_t es el error de proceso y presentó la siguiente forma: $w_t \approx N(0, \sigma_w^2)$. Los valores de los parámetros y sus intervalos de confianza (IC) fueron los siguientes: $\alpha = 2.7$ (IC = 2.0–3.6, $P < 0.05$) y $\beta = 0.04$ (IC = 0.03–0.05, $P < 0.05$),

estimate of the Pacific sardine fishery (*S. sagax caeruleus*) using the stock-recruitment model.

Material and methods

Estimation of the management quantities

From an age-structure matrix by Félix-Uraga *et al.* (1996), Morales-Bojórquez (1999) estimated the fractions of the adult stock and the recruitment of *S. sagax caeruleus* (1981–1993), analyzing the data with the model by Ricker (1975) as follows:

$$R = \alpha S \exp^{-\beta S} \exp(w_t) \quad (1)$$

In this case, w_t is the process error and had the following form: $w_t \approx N(0, \sigma_w^2)$. The values of the parameters and their confidence intervals (CI) were: $\alpha = 2.7$ (CI = 2.0–3.6, $P < 0.05$) and $\beta = 0.04$ (CI = 0.03–0.05, $P < 0.05$), with $\sigma_w = 0.58$, while the highest value of the objective function was $L(R_{est} | \alpha, \beta) = 1.16 \times 10^{-5}$. With these references, that are the most likely parameters for the model error, the management

con $\sigma_w = 0.58$, mientras que el valor máximo de la función objetivo fue $L(R_{est}|\alpha, \beta) = 1.16 \times 10^{-5}$. Con estas referencias que son los parámetros más verosímiles para el error del modelo, se estimaron las cantidades de manejo, correspondientes a la estructura del modelo de Ricker (1975), de acuerdo con Hilborn y Walters (1992):

$$S_{max} = 1 / \beta \quad (2)$$

$$R_{max} = \alpha / \beta * \exp^{-1} \quad (3)$$

$$S_{MRS} = \log \alpha / \beta * (0.5 - 0.07 \log \alpha) \quad (4)$$

$$MRS = \alpha S_{MRS} \exp^{-\beta S_{MRS}} \quad (5)$$

$$u_{MRS} = 0.5 \log \alpha - 0.07 (\log \alpha)^2 \quad (6)$$

donde R = reclutamiento observado, S = stock observado, α = coeficiente denso independiente, β = coeficiente denso dependiente, S_{max} = stock máximo, R_{max} = reclutamiento máximo, S_{MRS} = stock en el cual se alcanza el máximo rendimiento sostenido (MRS) y u_{MRS} = tasa de explotación en el nivel del MRS. Los estimadores del 2 al 6 serán referidos en lo sucesivo como cantidades de manejo.

Simulación Monte Carlo

Morales-Bojórquez (1999) realizó un análisis estocástico de la relación stock-reclutamiento de la sardina monterrey en Bahía Magdalena, B. C. S., mostrando el efecto del error de proceso en el modelo, sin embargo, no estimó las cantidades de manejo en la pesquería. En ésta simulación se evaluó de forma simultánea el efecto de las hipótesis H_1 (error de proceso) y H_2 (error de observación) en la relación stock-reclutamiento de Ricker (1975), con lo cual se analizó la posibilidad de error en la estimación de los parámetros del modelo, principalmente por efecto de H_2 . En este caso, se usó el algoritmo de McAllister y Kirkwood (1998) en la relación stock-reclutamiento de Ricker (1975), cuya expresión tiene la siguiente forma:

$$R = \alpha S \exp^{-\beta S} \exp \left(\sigma_w w_t - \frac{\sigma_w^2}{2} \right) \quad (7)$$

donde w_t es el error de proceso con media = 0 y desviación estándar σ_w (Morales-Bojórquez, 1999). De forma simultánea se estimó el error de observación v_t , así el stock simulado (S') fue estimado como:

$$S' = S \exp \left(\sigma_v v_t - \frac{\sigma_v^2}{2} \right) \quad (8)$$

donde $v_t = N(0, \sigma_v)$. Las estimaciones del mejor ajuste para el reclutamiento estimado, considerando el efecto de w_t y v_t , se

quantities were estimated, belonging to the structure of the model by Ricker (1975), according to Hilborn and Walters (1992):

$$S_{max} = 1 / \beta \quad (2)$$

$$R_{max} = \alpha / \beta * \exp^{-1} \quad (3)$$

$$S_{MSY} = \log \alpha / \beta * (0.5 - 0.07 \log \alpha) \quad (4)$$

$$MSY = \alpha S_{MSY} \exp^{-\beta S_{MSY}} \quad (5)$$

$$u_{MSY} = 0.5 \log \alpha - 0.07 (\log \alpha)^2 \quad (6)$$

where R = observed recruitment, S = observed stock, α = density-independent coefficient, β = density-dependent coefficient, S_{max} = maximum stock, R_{max} = maximum recruitment, S_{MSY} = stock at which the maximum sustained yield (MSY) is reached and u_{MSY} = harvest rate at the MSY level. The estimators 2 to 6 will be referred from now on, as management quantities.

Monte Carlo simulation

Morales-Bojórquez (1999) did a stochastic analysis of the relation stock-recruitment of the Pacific sardine in Bahía Magdalena, B.C.S., showing the effect of the process error in the model, however, he did not estimate the fishery's management quantities. In this simulation the effect of the hypothesis H_1 (process error) and H_2 (observation error) was evaluated simultaneously in the stock-recruitment relation by Ricker (1975), so, the possibility of an error in the estimation of the parameters of the model was evaluated, mainly due to the effect of H_2 . In this case, the McAllister and Kirkwood algorithm (1998) was used in the relation stock-recruitment by Ricker (1975), expressed as follows:

$$R = \alpha S \exp^{-\beta S} \exp \left(\sigma_w w_t - \frac{\sigma_w^2}{2} \right) \quad (7)$$

where w_t is the process error with mean = 0 and standard deviation σ_w (Morales-Bojórquez, 1999). At the same time the observation error v_t was estimated, so the simulated stock (S') was obtained as:

$$S' = S \exp \left(\sigma_v v_t - \frac{\sigma_v^2}{2} \right) \quad (8)$$

where $v_t = N(0, \sigma_v)$. The estimations of the best fit for the estimated recruitment, considering the effect of w_t and v_t , were performed with the function of maximum likelihood described by Morales-Bojórquez (1999) by means of the Newton algorithm (Wasserman *et al.*, 1996). The Monte Carlo simulation was replicated 2000 times, estimating in each run the five man-

realizaron con la función de máxima verosimilitud descrita por Morales-Bojórquez (1999), a través del algoritmo de búsqueda directa de Newton (Wasserman *et al.*, 1996). La simulación Monte Carlo se replicó 2000 veces, estimando en cada corrida las cinco cantidades de manejo descritas previamente, así como los valores de α y β de la relación stock-reclutamiento (Hilborn y Walters, 1992; Punt y Hilborn, 1996). Dado que esta técnica de análisis también se reconoce como un estimador consistente por simulación (Gelman *et al.*, 1995), se estimó el sesgo de las cantidades de manejo utilizando como valor de referencia la mediana de las salidas de la simulación Monte Carlo (Punt y Hilborn, 1996).

Aplicación del teorema de Bayes

El teorema de Bayes es una demostración científica de una importante propiedad de la probabilidad condicional (Gelman *et al.*, 1995). El teorema de Bayes usa un vector $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)$ mostrando de esta forma los parámetros desconocidos en el modelo y un vector $d = (d_1, \dots, d_n)$ representando los datos disponibles (Hilborn *et al.*, 1994; Adkinson y Peterman, 1996; Hilborn y Mangel, 1997; McAllister y Kirkwood, 1998). La dependencia del vector de los datos d sobre el vector de los parámetros θ está dado por la siguiente función de densidad $f = (d/\theta)$. En este caso, la densidad de probabilidad conjunta $f = (d, \theta)$ de datos y parámetros es el producto de la densidad previa $\pi(\theta)$ y la densidad condicional: $f(d, \theta) = \pi(\theta)f(d/\theta)$ (Hoening *et al.*, 1994; Kinas, 1996; Schweder, 1998). Dados los datos disponibles, los valores de los parámetros son expresados por la densidad posterior $\pi(\theta/d)$, que puede ser escrita como sigue:

$$\pi(\theta/d) = \frac{f(d/\theta)}{f(d)} = \frac{\pi(\theta)f(d/\theta)}{\int \pi(\theta)f(d/\theta)\partial\theta} \quad (9)$$

La cantidad $\int \pi(\theta)f(d/\theta)\partial\theta$ en el denominador es una proporcionalidad constante, necesaria para integrar la probabilidad condicional a la unidad (Schweder, 1998), en este caso, la densidad $f = (d/\theta)$ fue considerada como la verosimilitud previamente estimada por Morales-Bojórquez (1999) y fue denotada como $L(d/\theta) = f(d/\theta)$ (Walters y Ludwig, 1994; Gelman *et al.*, 1995). La estimación con el teorema de Bayes se resolvió para dos parámetros θ (α y β). En este caso se utilizó la integración “bayesiana” por búsqueda directa (Thompson, 1992; Gelman *et al.*, 1995).

Intervalos de confianza para el teorema de Bayes

Los intervalos fueron definidos entre $a < \theta < b$ con $(1 - \alpha) \times 100\%$, ya que θ fue integrado como:

$$\int_{\theta}^b f(\theta/d_1, \dots, d_n)\partial\theta = \int_a^{\theta} f(\theta/d_1, \dots, d_n)\partial\theta = \frac{1-\alpha}{2} \quad (10)$$

agement quantities described above, as well as the values α and β from the stock-recruitment relation (Hilborn and Walters, 1992; Punt and Hilborn, 1996). Given that this analysis technique is also recognized as a consistent estimator by simulation (Gelman *et al.*, 1995), the bias of the management quantities was estimated using as reference value the median of the Monte Carlo simulation outputs (Punt and Hilborn, 1996).

Application of the Bayes theorem

The Bayes theorem is a scientific demonstration of an important property of the conditional probability (Gelman *et al.*, 1995). The Bayes theorem uses a vector $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k)$, showing in this way the unknown parameters in the model and a vector $d = (d_1, \dots, d_n)$, representing the available data (Hilborn *et al.*, 1994; Adkinson and Peterman, 1996; Hilborn and Mangel, 1997; McAllister and Kirkwood, 1998). The dependency of the vector of data d on the vector of the parameters θ is given by the following density function $f = (d/\theta)$. In this case, the density of the joint probability $f = (d, \theta)$ of both data and parameters is the product of the prior density $\pi(\theta)$ and the conditional density: $f(d, \theta) = \pi(\theta)f(d/\theta)$ (Hoening *et al.*, 1994; Kinas, 1996; Schweder, 1998). Given the available data, the values of the parameters are expressed by the posterior density $\pi(\theta/d)$, that can be written as follows:

$$\pi(\theta/d) = \frac{f(d/\theta)}{f(d)} = \frac{\pi(\theta)f(d/\theta)}{\int \pi(\theta)f(d/\theta)\partial\theta} \quad (9)$$

The quantity $\int \pi(\theta)f(d/\theta)\partial\theta$ in the denominator is a constant proportionality, necessary to integrate the conditional probability to the unit (Schweder, 1998), in this case, the density $f = (d/\theta)$ was considered as the likelihood previously estimated by Morales-Bojórquez (1999) and was denoted as $L(d/\theta) = f(d/\theta)$ (Walters and Ludwig, 1994; Gelman *et al.*, 1995). The estimation with the Bayes theorem was solved for two parameters θ (α and β). In this case the “Bayesian” integration by direct search was used (Thompson, 1992; Gelman *et al.*, 1995).

Confidence intervals for the Bayes theorem

The intervals were defined between $a < \theta < b$ with $(1 - \alpha) \times 100\%$, since θ was integrated as:

$$\int_{\theta}^b f(\theta/d_1, \dots, d_n)\partial\theta = \int_a^{\theta} f(\theta/d_1, \dots, d_n)\partial\theta = \frac{1-\alpha}{2} \quad (10)$$

In this case, the average of the Bayes theorem’s posterior probability is the average estimate of the population in such a way that an estimation of the “Bayesian” confidence limits is possible with $(1 - \alpha) \times 100\%$ (Gelman *et al.*, 1995).

Tabla 1. Estimación de las cantidades de manejo y parámetros del modelo de reclutamiento para sardina monterrey. Las cantidades de manejo están expresadas en miles de toneladas.

Table 1. Estimation of the management quantities and parameters of the recruitment model for the Pacific sardine. The management quantities are expressed as thousands of tons.

	Modelo de Maxima Verosimilitud		Simulación Monte Carlo		Teorema de Bayes	
	Estimado	Intervalo	Mediana	Sesgo	Estimado	Intervalo
α	2.7	2.0–3.6	5.4	+	1.8	1.6–2.4
β	0.04	0.031–0.058	0.057	+	0.052	0.042–0.056
S_{max}	24.9	20.0–33.3	36.8	+	20.8	17.8–22.2
R_{max}	24.7	24.5–26.5	17.1	–	26.0	19.9–28.9
S_{MRS}	10.6	10.4–11.2	10.8	sin sesgo	11.3	5.3–16.9
MRS	18.7	15.3–22.4	33.0	+	14.4	11.4–17.4
u_{MRS}	0.43	0.31–0.53	0.64	+	0.35	0.27–0.39

En este caso, el promedio de la probabilidad posterior del teorema de Bayes es la estimación del promedio de la población, de tal forma, que es posible una estimación de los límites de confianza “bayesianos” con $(1 - \alpha) \times 100\%$ (Gelman *et al.*, 1995).

Resultados

En la tabla 1 se muestran las estimaciones de las cantidades de manejo del modelo de máxima verosimilitud de Morales-Bojórquez (1999), en comparación con las estimaciones de la simulación Monte Carlo y el Teorema de Bayes. Para la simulación Monte Carlo se pudo observar un sesgo positivo de todas las cantidades de manejo, con respecto al valor de referencia de la mediana, lo contrario sucedió con R_{max} con sesgo negativo, y S_{MRS} que no presentó sesgo. Con este análisis se muestra el efecto del error de observación sobre las cantidades de manejo, considerando la posibilidad de un error Tipo I en la hipótesis H_1 .

En la figura 2 se muestran las estimaciones de las 2,000 simulaciones Monte Carlo. El parámetro β mostró un intervalo estrecho de variación (0–0.2), en comparación con α (0–100), observándose que un aumento simultáneo en ambos parámetros implica una reducción en S_{max} y un aumento en MRS y u_{MRS} . Por otra parte, se observó una relación positiva de incremento entre el MRS y el R_{max} , tendencia que aumenta también la u_{MRS} a valores superiores a 0.7 y que, a su vez, representan una baja frecuencia de aparición, ya que la extracción de biomasa superior al 60% de la biomasa vulnerable es excesiva para la sardina de Bahía Magdalena, B.C.S.

En el análisis estadístico con el teorema de Bayes se observó que la información de la probabilidad previa de los parámetros (α y β) fue bastante informativa. Para el caso de α , valores superiores a 4.2 representan un riesgo en las cantidades de manejo (fig. 3). Mientras que en β , valores mayores de 0.06 tienen el mismo efecto (fig. 4). Estos resultados son consistentes

Results

In table 1 are shown the estimates of the management quantities of the maximum likelihood model by Morales-Bojórquez (1999), in comparison to the estimates of the Monte Carlo simulation and the Bayes theorem. For the Monte Carlo simulation a positive bias of all management quantities could be observed in respect of the median reference value. R_{max} showed negative bias, and S_{MSY} did not show any bias at all. With this analysis, the error observation effect on the management quantities is shown, considering the possibility of a Type I error in the hypothesis H_1 .

In figure 2 the estimations of the 2000 Monte Carlo simulations are shown. The β parameter showed a narrow variation interval (0–0.2) in comparison to α (0–100), showing that a simultaneous increase in both parameters implies a reduction in S_{max} and an increase in MSY and u_{MSY} . Furthermore, an increasing positive relation between MSY and R_{max} was observed, tendency which also increases u_{MSY} to values higher than 0.7, representing a low appearance frequency since the extraction of harvestable biomass higher to 60% is excessive for the sardine from Bahía Magdalena, B.C.S.

In the statistical analysis with the Bayes theorem the prior probability information of the parameters (α and β) was quite informative. In the case of α , values higher than 4.2 represent a risk in the management quantities (fig. 3), while for β , values higher than 0.06 have the same effect (fig. 4). These results agree with the Monte Carlo simulation (table 1, fig. 2) since results of the parameters α and β higher than their confidence limit, cause an over-estimation of MSY and R_{max} with the immediate consequence of increasing u_{MSY} to levels that exceed the reference points of the stock-recruitment model used. The criteria about the MSY that can be obtained is shown in the decision table (table 2). The decision table also shows this relation of increasing MSY with simultaneous increasing α and β . Increases are a general trend in the individual combinations

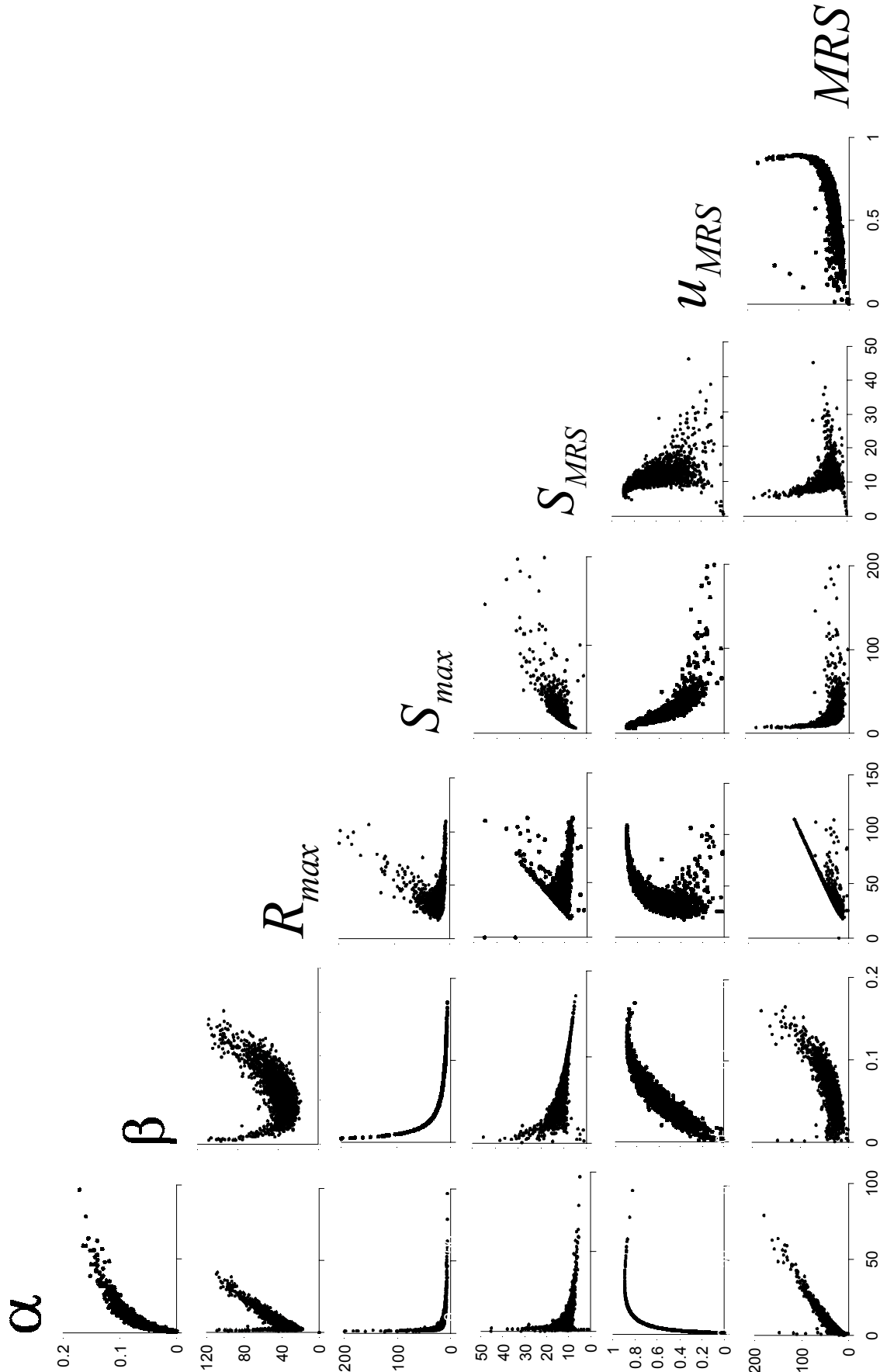


Figura 2. Resultados de la simulación Monte Carlo para los parámetros y cantidades de manejo estimadas con el modelo de reclutamiento. El R_{max} , S_{max} , S_{MRS} y MRS están expresados en miles de toneladas.
Figure 2. Results of the Monte Carlo simulation for the parameters and management quantities estimated by the recruitment model. The R_{max} , S_{max} , S_{MRS} and MRS are expressed as thousands of tons.

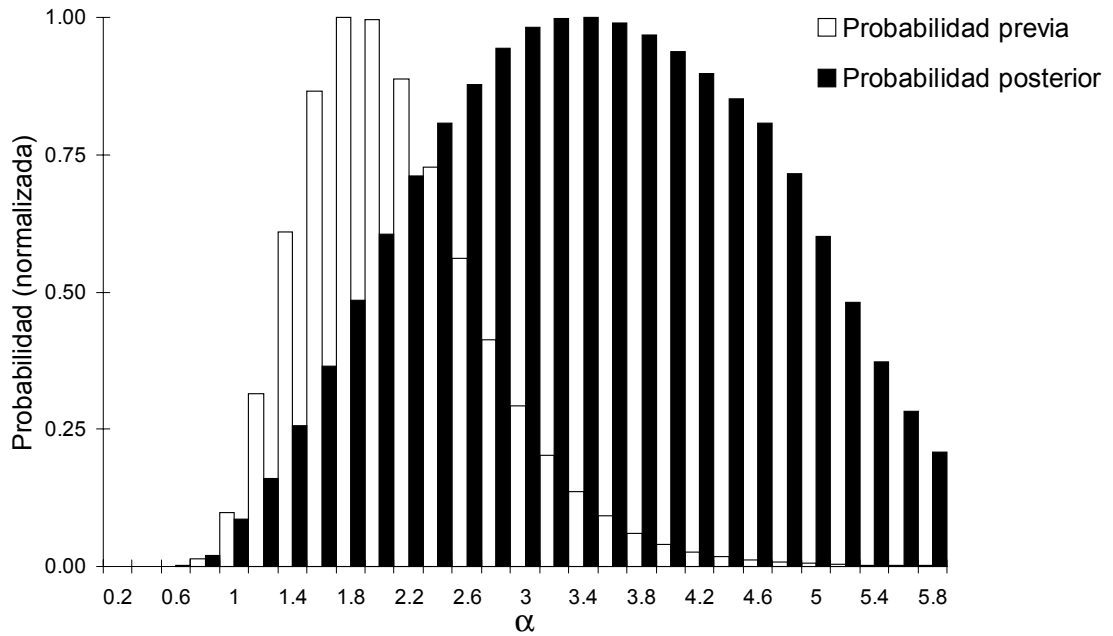


Figura 3. Probabilidades estimadas con el teorema de Bayes para el parámetro α .
Figure 3. Probabilities estimated by the Bayes theorem for the parameter α .

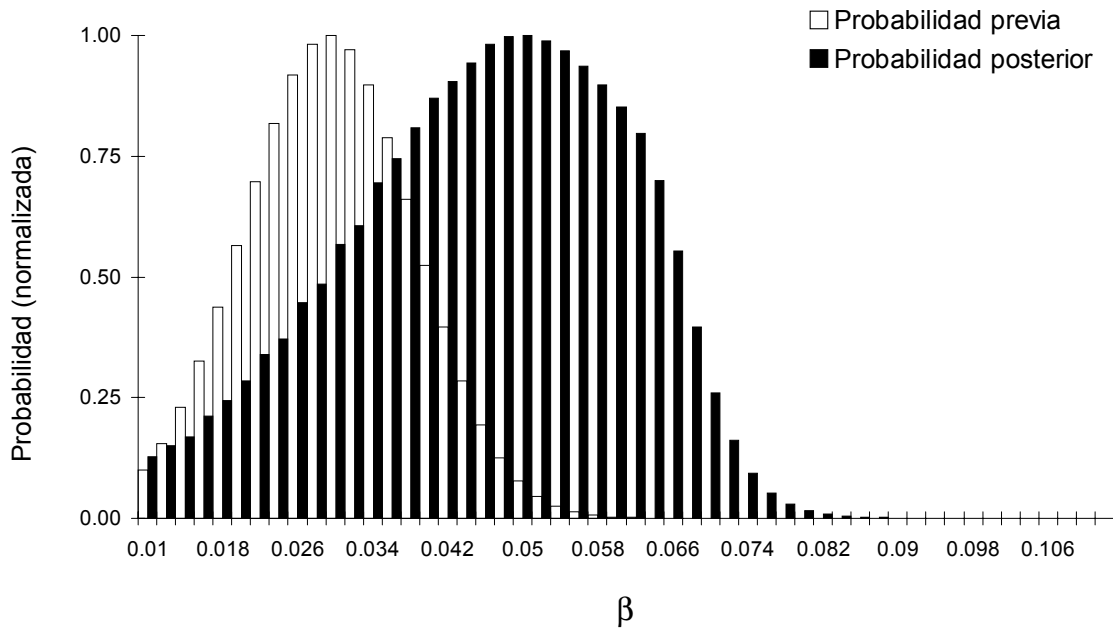


Figura 4. Probabilidades estimadas con el teorema de Bayes para el parámetro β .
Figure 4. Probabilities estimated by the Bayes theorem for the parameter β .

tes con la simulación Monte Carlo (tabla 1, fig. 2), ya que los resultados de los parámetros α y β , mayores a su límite de confianza, provocan una sobrestimación de MRS y el R_{max} , con la consecuencia inmediata de aumentar la u_{MRS} a niveles que rebasen los puntos de referencia del modelo stock-reclutamiento utilizado. Los criterios sobre el MRS que puede ser obtenido se muestran en la tabla de decisión (tabla 2). La tabla de decisión también muestra esa relación de incremento en MRS con el aumento simultáneo de α y β . Los incrementos son un patrón general en las combinaciones individuales y en los valores esperados de MRS . Sin embargo, el valor más probable del parámetro α , dados los datos, es entre 0.040 y 0.058 con probabilidad > 0.80 . Mientras que β varía entre 1.6 y 2.2 con probabilidad > 0.85 . La región definida entre la combinación de ambos parámetros representa una escala de variación de MRS entre 10,100 y 20,200 t / temporada de pesca.

La probabilidad de un MRS mayor a 30,000 t está relacionada con valores de $\alpha > 3.2$, sin embargo, la probabilidad de estos valores es menor a 0.20 (tabla 2). Los resultados muestran que la escala de variación de β tiene incrementos más pequeños que la variación en α . En esta forma, la mortalidad denso independiente tiene mayores efectos sobre el MRS que la mortalidad denso dependiente. La probabilidad de que el $MRS > 30,000$ t o $MRS < 4,000$ t son menores al 0.10, en cuyo caso, el rendimiento de la pesquería de acuerdo con la estimación de la probabilidad posterior es $MRS = 14,400$ t con valores esperados de $11,400$ t $< MRS < 17,400$ t que se asocian a la incertidumbre. En este nivel de rendimiento la $u_{MRS} = 0.35$, lo cual indica que para la serie de tiempo de 13 años mostrada por Morales-Bojórquez (1999) posiblemente represente el nivel adecuado para iniciar una estrategia de explotación del recurso sardina, basado en una estrategia de explotación constante.

Discusión

Morales-Bojórquez (1999) mostró el efecto del error de proceso en la variación del reclutamiento de la población de sardina de Bahía Magdalena, B. C. S. Sin embargo, el efecto combinado de los errores de observación y de proceso que fue analizado con la simulación Monte Carlo, mostró un sesgo positivo en todas las cantidades de manejo, excepto en el S_{MRS} , el cual careció de sesgo, y en el R_{max} , que mostró sesgo negativo. Esta situación muestra que gran parte de la variación en el reclutamiento está relacionada con un error de observación en la medición del "stock" adulto, la incertidumbre en el valor del "stock" adulto es más grande que el efecto del error de estimación en los parámetros del modelo α , β y σ usando el error de proceso, lo cual es contrario a lo mostrado por Morales-Bojórquez (1999). Esta condición se observó en la tendencia de α , en donde incrementos del parámetro aumentaban los valores de u_{MRS} , R_{max} , S_{max} , S_{MRS} y MRS . La condición inversa se observó con el parámetro β , que tuvo efecto negativo en S_{max} y S_{MRS} con respecto a los incrementos de β . El efecto conjunto de

and in the expected MSY values. However, given the data, the most likely value of the α parameter is between 0.040 and 0.058, with probability > 0.80 , while for β varies between 1.6 and 2.2, with probability > 0.85 . The region defined between the combinations of both parameters represents a variation scale for MSY between 10,100 and 20,200 t per fishing season.

The probability of a MSY higher than 30,000 t is related with values of $\alpha > 3.2$. However, the probability of these values is less than 0.20 (table 2). Results show that the variation scale for β has shorter increases than the variation in α . In this way, the density-independent mortality has greater effects on the MSY rather than the density-dependent mortality. The probability for a $MSY > 30,000$ t or $MSY < 4,000$ t is less than 0.10, in which case, the fishery yield according to the estimate of the posterior probability is $MSY = 14,400$ t with values expected between 11,400 and 17,400 t that are associated with the uncertainty. At this yield level, the $u_{MSY} = 0.35$, which indicates that the 13-year time-series shown by Morales-Bojórquez (1999), possibly represents the appropriate level to initiate a harvest strategy for the sardine resource, based on a constant harvest rate.

Discussion

Morales-Bojórquez (1999) showed the effect of the process error in the recruitment variation of the sardine population from Bahía Magdalena, B.C.S. However, the combined effect of both the observation and process errors that was analyzed by the Monte Carlo simulation, showed a positive bias in all the management quantities, except in the S_{MSY} where there was a lack of bias, and in the R_{max} that showed a negative bias. This situation shows that the recruitment variation is related to an observation error in the adult stock; the uncertainty in the adult stock value is greater than the estimation error effect in the parameters of the model, α , β y σ , using the process error, which is contrary to what was shown by Morales-Bojórquez (1999). This condition was observed in the trend of α , where an increase of the parameter raised the values of u_{MSY} , R_{max} , S_{max} , S_{MSY} and MSY . The inverse condition was observed in the parameter β , which had a negative effect in S_{max} and S_{MSY} in respect of the increases of β . The joint effect of the process and observation errors creates an instability in parameters α and β in such a way that the density-dependent and density-independent effects are masked in the management quantities, as for example, in the relations R_{max} vs S_{max} , R_{max} vs S_{MSY} and R_{max} vs MSY (fig. 2).

The Bayes theorem showed that the probability of parameters α and β is quite informative since the calculated uncertainty by the estimator of maximum likelihood (Morales-Bojórquez, 1999) is almost totally defined by the outputs of the posterior probability. In this way, the risk of the parameters is minimum and is only defined by the confidence intervals from the Bayes theorem (table 1). The α and β values estimated by

Tabla 2. Tabla de decisión mostrando las estimaciones de *MRS* ($t \times 1000$) dadas las probabilidades de los parámetros α y β .
Table 2. Decision table showing the *MSY* estimates ($t \times 1000$) given the probabilities of the parameters α and β .

Probabilidad	Probabilidad															Valor esperado
	α	β	0.01	0.016	0.022	0.028	0.034	0.04	0.046	0.052	0.058	0.064	0.07	0.26		
0.01	0.08		18.4	13.4	10.5	8.7	7.4	6.4	5.7	5.1	4.6	4.2	8.4			
0.10	1.0		23.0	16.7	13.1	10.8	9.2	8.0	7.1	6.3	5.7	5.3	10.5			
0.31	1.2		27.6	20.1	15.8	13.0	11.0	9.6	8.5	7.6	6.9	6.3	12.6			
0.61	1.4		32.2	23.4	18.4	15.1	12.9	11.2	9.9	8.9	8.0	7.4	14.7			
0.87	1.6		36.8	26.8	21.0	17.3	14.7	12.8	11.3	10.1	9.2	8.4	16.8			
1.00	1.8		41.4	30.1	23.6	19.5	16.6	14.4	12.7	11.4	10.3	9.5	19.0			
0.99	2.0		46.0	33.4	26.3	21.6	18.4	16.0	14.1	12.7	11.5	10.5	21.1			
0.89	2.2		50.6	36.8	28.9	23.8	20.2	17.6	15.6	14.0	12.6	11.6	23.2			
0.73	2.4		55.2	40.1	31.5	26.0	22.1	19.2	17.0	15.2	13.8	12.6	25.3			
0.56	2.6		59.8	43.5	34.2	28.1	23.9	20.8	18.4	16.5	14.9	13.7	27.4			
0.41	2.8		64.4	46.8	36.8	30.3	25.8	22.4	19.8	17.8	16.1	14.7	29.5			
0.29	3.0		69.0	50.2	39.4	32.5	27.6	24.0	21.2	19.0	17.2	15.8	31.6			
0.20	3.2		73.6	53.5	42.0	34.6	29.4	25.6	22.6	20.3	18.4	16.8	33.7			
0.14	3.4		78.2	56.9	44.7	36.8	31.3	27.2	24.1	21.6	19.5	17.9	35.8			
0.09	3.6		82.8	60.2	47.3	39.0	33.1	28.8	25.5	22.8	20.7	18.9	37.9			
0.06	3.8		87.4	63.5	49.9	41.1	34.9	30.4	26.9	24.1	21.8	20.0	40.0			
0.04	4.0		92.0	66.9	52.6	43.3	36.8	32.0	28.3	25.4	23.0	21.0	42.1			
0.03	4.2		96.6	70.2	55.2	45.4	38.6	33.6	29.7	26.6	24.1	22.1	44.2			

los errores de proceso y observación, crea inestabilidad en los parámetros α y β , de tal forma, que los efectos denso dependiente y denso independiente se enmascaran en las cantidades de manejo, por ejemplo entre las relaciones R_{max} vs S_{max} , R_{max} vs S_{MRS} , y R_{max} vs MRS (fig. 2).

El teorema de Bayes mostró que la probabilidad de los parámetros α y β es bastante informativa, ya que la incertidumbre calculada por el estimador de máxima verosimilitud (Morales-Bojórquez, 1999) se encuentra definida por las salidas de la probabilidad posterior casi en su totalidad, de esta forma, el riesgo en los parámetros es mínimo y solo está definido por los intervalos de confianza del teorema de Bayes (tabla 1). Los valores de α y β estimados con el teorema de Bayes se encuentran contenidos en el intervalo de confianza de la función logarítmica negativa de máxima verosimilitud de Morales-Bojórquez (1999) y, aunque mostraron tendencia hacia valores relacionados con el límite superior del intervalo de verosimilitud, las estimaciones de las cantidades de manejo son razonables (tabla 1) en términos de los registros de producción observados para la especie.

La distribución conjunta de las probabilidades de α y β permitieron la construcción de la tabla de decisión del MRS de la pesquería (tabla 2), en esta tabla, se encuentran todas las estimaciones del MRS dadas las n combinaciones de los parámetros. En este caso, las de mayor probabilidad para α y β son las de mayor interés, ya que están definidas por el intervalo "bayesiano" de confianza. Los valores del MRS pueden tener variaciones entre 10,100 y 20,200 t, para β entre 0.04 a 0.058, mientras que α está entre 1.6 y 2.2. Estos valores parecen razonables en términos de los registros históricos de las descargas de sardina monterrey en Bahía Magdalena. Hernández-Vázquez (1983) y Félix-Uraga *et al.* (1996) han reportado desde 1972 variaciones en la captura desde 3,000 a 20,000 t, a excepción de 1994 y 1995, en que ésta superó las 30,000 t.

La zona asociada a la incertidumbre de los parámetros del modelo está descrita por los intervalos de confianza. Sin embargo, las zonas de riesgo para el MRS toman valores extremos en los parámetros α y β . Es decir, para que la captura sea menor a 4,000 t, α debe ser menor a 0.8, lo que implica una probabilidad del parámetro de 0.01. A su vez, para que la captura sea mayor que 30,000 t, el parámetro α debe ser mayor a 4.2 con probabilidad de 0.03. De esta forma, los valores de referencia en el impacto de la distribución conjunta de α y β , sobre el MRS están determinados por el valor esperado de rendimiento, y no sobre la intersección específica de α y β para una combinación en particular (tabla 2). Esta característica de riesgo, evaluado cuantitativamente a través del teorema de Bayes, permite tener una idea de los eventos de tipo catastrófico en el MRS y de la probabilidad de que sucedan, ya que la u_{MRS} ha mostrado variaciones desde 0.31 a 0.53 con un valor óptimo de 0.35. Es decir, se observa que no existe una estrategia de explotación para el recurso, lo que provoca cambios fuertes en la u_{MRS} y la captura.

the Bayes theorem are within the confidence interval of the negative logarithmic function of maximum likelihood by Morales-Bojórquez (1999) and, although they showed a tendency towards values related to the upper limit of the likelihood interval, the variations of the management quantities are reasonable (table 1) in terms of the catch records observed for this species.

The joint distribution of the α and β probabilities allowed the construction of the MSY decision table for the fishery (table 2). All the estimates for the MSY , given n combinations of the parameters, are included in this table. In this case, those with higher probability for α and β have more interest since they are defined by the "Bayesian" confidence interval. The MSY values can show variations between 10,100 and 20,200 t, for β between 0.04 and 0.058, while α remains between 1.6 and 2.2. These values seem reasonable in terms of the historic records of the Pacific sardine landings in Bahía Magdalena. Since 1972, Hernández-Vázquez (1983) and Félix-Uraga *et al.* (1996) have reported variations in catches from 3,000 to 20,000 t, except for 1994 and 1995 when these exceeded 30,000 t.

The uncertainty-associated zone of the model parameters is described by the confidence intervals. However, the risk zones for the MSY take extreme values in the α and β parameters. This is, for the catch to be less than 4,000 t, α must not be greater than 0.8, which implies a parameter probability of 0.01. In its turn, for the catch to be greater than 30,000 t, the α parameter must be greater than 4.2 with a 0.03 probability. In this way, the reference values in the impact of the joint distribution of α and β on the MSY are determined by the expected yield value, and not by the specific intersection of α and β for a particular combination (table 2). This risk characteristic, quantitatively evaluated by the Bayes theorem, allows having an idea of the catastrophic-kind events in the MSY and their probability, since the u_{MSY} has shown variations from 0.31 to 0.53 with an optimum value of 0.35. This means that there is no exploitation strategy observed for the resource, observing strong changes in the u_{MSY} and the catch.

Finally, according to the estimate of the $MSY = 14,400$ t per fishing season and $u_{MSY} = 0.35$ per year (table 2), the probability of dramatic changes in the parameters of the model for $MSY > 30,000$ t and $MSY < 4,000$ t is less than 10%. This portion of the risk, that cannot be quantified nor predicted at this moment, can be the answer for a masked effect of the observation error in the adult stock data. The positive bias trend in the Monte Carlo simulation addresses this possibility fairly well (Francis and Shotton, 1997). The interpretation of the effect of the process and observation errors in the stock-recruitment model must be analyzed with the Kalman filters (Freeman and Kirkwood, 1995) and the posterior probability of the Bayes theorem must consider a prior non-informative distribution of the parameters α and β (Hilborn and Mangel, 1997). In this way, one may have a better idea of the dramatic

Finalmente, de acuerdo con la estimación de $MRS = 14,400 \text{ t}$ / temporada de pesca y una $u_{MRS} = 0.35$ anual (tabla 2). La probabilidad de cambios drásticos en los parámetros del modelo para $MRS > 30,000 \text{ t}$ y $MRS < 4,000 \text{ t}$ es menor al 10%. Esta parte del riesgo que no se puede cuantificar, y que de momento no se puede predecir, puede ser la respuesta de un efecto enmascarado de error de observación en los datos del “stock” adulto. La tendencia de sesgo positivo en la simulación Monte Carlo da buenos indicios de esta posibilidad (Francis y Shotton, 1997). La interpretación de los efectos de los errores de proceso y de observación en el modelo de stock-reclutamiento, debe ser analizada con los filtros Kalman (Freeman y Kirkwood, 1995), y la probabilidad posterior del teorema de Bayes debe considerar una distribución previa uniforme no informativa de los parámetros α y β (Hilborn y Mangel, 1997). De esta manera, se podrá tener una mayor idea de los cambios drásticos en el rendimiento de la sardina monterrey de Bahía Magdalena.

Agradecimientos

El autor agradece a Antonio Díaz de León Corral y a Pablo Arenas Fuentes su apoyo para cursar una estancia académica en la Escuela de Pesquerías de la Universidad de Washington con Ray Hilborn, donde este trabajo inició su primera versión. A dos árbitros que contribuyeron con sus valiosas críticas y sugerencias.

Referencias

Adkinson, M.D. and Peterman, R.M. (1996). Results of bayesian methods depend on details of implementation: an example of estimating salmon escapements. *Fish. Res.*, 25: 155–170.

Cisneros-Mata, M.A., Nevárez-Martínez, M.O. and Hammann, M.G. (1995). The rise and fall of the Pacific sardine, *Sardinops sagax caeruleus* Girard, in the Gulf of California, México. *CalCOFI Rep.*, 36: 136–143.

De Anda, J.A., Seijo, J.C. y Martínez, S. (1994). Reclutamiento y variabilidad ambiental de sardina monterrey (*Sardinops sagax*) del Golfo de California, México. *Inv. Pesquera*, 38: 23–36.

Deriso, R.B., Quinn II, T.J. and Neal, P.R. (1985). Cath-age analysis with auxiliary information. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, 42: 815–824.

Félix-Uraga, R., Alvarado-Castillo, R.M. and Carmona-Piña, R. (1996). The sardine fishery along the Western coast of Baja California, 1981 to 1994. *CalCOFI Rep.*, 37: 188–192.

Francis, R.I.C.C. and Shotton, R. (1997). “Risk” in fisheries management: a review. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, 54: 1699–1715.

Freeman, S.N. and Kirkwood, G.P. (1995). On a structural time series method for estimating stock biomass and recruitment from catch and effort data. *Fish. Res.*, 22: 77–98.

Gavaris, S. (1988). An adaptive framework for the estimation of population size. *Res. Doc. Can. Atl. Fish. Scient. Adv. Comm. (CAFSAC)* 88/29: 12.

Gelman, A., Carlin, J., Stern, H. and Rubin, D. (1995). *Bayesian Data Analysis*. Chapman and Hall, 552 pp.

changes in the yield of the Pacific sardine from Bahía Magdalena.

Acknowledgements

The author thanks Antonio Díaz de León Corral and Pablo Arenas Fuentes their support for carrying out an academic internship at the Fisheries School of the University of Washington with Ray Hilborn, where this paper initiated its first version, and also to two reviewers that contributed with their valuable critics and suggestions.

English translation by Adrián R. López-González.

Hernández-Vázquez, S. (1983). Análisis y normalización del esfuerzo pesquero de la flota sardinera de Bahía Magdalena B. C. Sur, México (1972-1981). Tesis de Maestría, Centro Interdisciplinario de Ciencias Marinas, IPN, México, 142 pp.

Hilborn, R. and Mangel, M. (1997). *The Ecological Detective. Confronting Models with Data*. Monographs in population biology. Princeton Academic Press. 315 pp.

Hilborn, R., Pikitch, E.K. and McAllister, M.A. (1994). A bayesian estimation and decision analysis for an age-structured model using biomass survey data. *Fish. Res.*, 19: 17–30.

Hilborn, R. and Walters, C. (1992). *Quantitative Fisheries Stock Assessment. Choice, Dynamics and Uncertainty*. Chapman-Hall, New York, 570 pp.

Hoening, J.M., Warren, W.G. and Stocker, M. (1994). Bayesian and related approaches to fitting surplus production models. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, 51: 1823–1831.

Kinas, P.G. (1996). Bayesian fishery stock assessment and decision making using adaptive importance sampling. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, 53: 414–423.

Lluch-Belda, D., Crawford, R.J.M., Kawasaki, T., MacCall, A.D., Parrish, R.H., Schwartzlose, R.A. and Smith, P.E. (1989). World-wide fluctuations of sardine and anchovy stocks: the regime problem. *S. Afr. J. Mar. Sci.*, 8: 195–205.

McAllister, M.K. and Kirkwood, G.P. (1998). Bayesian stock assessment: a review and example application using the logistic model. *ICES J. Mar. Sci.*, 55: 1031–1060.

Methot, R.D. (1989). Synthetic estimates of historical abundance and mortality for northern anchovy. *Am. Fish. Soc. Symp.* 6: 66–82.

Morales-Bojórquez, E. (1999). Análisis del error de proceso y de observación en la estimación del reclutamiento de la sardina del Pacífico, *Sardinops sagax caeruleus* (Girard), en la costa suroeste de la Península de Baja California, México. *Ciencias Marinas*, 25(4): 597–608.

Nevárez-Martínez, M.O., Chávez, E.A., Cisneros-Mata, M.A. and Lluch-Belda, D. (1999). Modeling of the Pacific sardine *Sardinops caeruleus* fishery of the Gulf of California, México. *Fish. Res.*, 41: 273–283.

Pope, J.G. (1972). An investigation of the accuracy of virtual population analysis using cohort analysis. *Int. Comm. Northwest Atl. Fish. Res. Bull.* (9): 65–74.

Punt, A.E. and Hilborn, R. (1996). *Biomass Dynamic Models. User’s Manual*. FAO Computerized Information Series (Fisheries). FAO. No. 10. 62 pp.

- Ricker, W.E. (1975). Computation and interpretation of biological statistics of fish populations. *Bull. Fish. Res. Board Can.*, 191: 382 pp.
- Schwartzlose, R.A., Alheit, J., Bakun, A., Baumgartner, T., Cloete, R., Crawford, R., Fletcher, W., Green-Ruiz, Y., Hagen, E., Kawasaki, T., Lluch-Belda, D., Lluch-Cota, S.E., MacCall, A., Matsuura, Y., Nevárez-Martínez, M., Parrish, R., Roy, C., Serra, R., Shust, K., Ward, M. and Zuzunaga, J. (1999). Worldwide large-scale fluctuations of sardine and anchovy populations. *S. Afr. J. Mar. Sci.*, 21: 289–347.
- Schweder, T. (1998). Fisherian or Bayesian methods of integrating diverse statistical information?. *Fish. Res.*, 37: 61–75.
- Shepherd, J.G. (1982). A versatile new stock and recruitment relationship for fisheries and construction of sustainable yield curves. *J. Cons. Int. Explor. Mer.*, 40: 67–75.
- Thompson, G.G. (1992). A bayesian approach to management advice when stock-recruitment parameters are uncertain. *Fish. Bull.*, 90: 561–573.
- Walters, C. J. and Ludwig, D. (1994). Calculation of bayes posterior probability distribution for key population parameters: a simplified approach. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, 51: 713–722.
- Wasserman, W., Neter, J., Kutner, M.H. and Nachtschien, J. (1996). *Applied Linear Statistical Models*. Irwin Series in Statistics, 1408 pp.