

## Study of the dynamic behaviour of the Sancti Petri Channel, southwest coast of Spain

### Estudio del comportamiento dinámico del Caño de Sancti Petri

J. Vidal\*

B. Tejedor

Departamento de Física Aplicada

Polígono del Río San Pedro s/n

Edificio CASEM

Puerto Real, Cádiz, Spain

\* E-mail: [juan.vidal@uca.es](mailto:juan.vidal@uca.es)

*Recibido en julio de 2004; aceptado en mayo de 2005*

#### Summary

The dynamic behaviour of the Sancti Petri tidal channel (southwest coast of Spain), which is open at both ends and connected to water bodies with different dynamic characteristics (Atlantic Ocean and Cádiz Bay), is studied herein. This singular estuary is characterized by double inflow-outflow extremes, the tide penetrating almost simultaneously through both ends with a small difference of amplitude. For this study, sea level recordings were obtained from different points throughout the channel and the corresponding harmonic constituents were determined. The results show that the phases of the semidiurnal tides increase from the mouths to a zone located in the vicinity of the channel's halfway point, while their amplitudes increase from the Atlantic Ocean to Cádiz Bay along the channel. A one-dimensional numerical model with geometry that is representative of the channel was used to reproduce the features observed for the semidiurnal and diurnal tidal constituents. The data supplied by the model were verified with values obtained at strategically chosen sites of the inner domain. The model developed may be used for operational predictions of tides in the study area, especially for the ports of Gallineras and Sancti Petri.

*Key words:* tidal channel, numerical model, double inflow-outflow extremes, Sancti Petri .

#### Resumen

El canal de marea de Sancti Petri se sitúa en el suroeste de las costas españolas y se encuentra conectado a dos cuerpos de agua con características dinámicas propias (Océano Atlántico y Bahía de Cádiz) a través de sus dos extremos. Es éste un singular estuario, por cuanto la propagación de la marea se produce, casi simultáneamente, desde sus dos desembocaduras, con una pequeña diferencia de amplitud. A partir de los datos experimentales se observa que las amplitudes de las constituyentes semidiurnas aumentan a lo largo del canal desde el extremo más al sur (Océano Atlántico) hasta el extremo que conecta con la Bahía de Cádiz, mientras que las fases de estas constituyentes presentan un máximo en una zona próxima al punto intermedio del canal. A partir de un modelo numérico unidimensional, se estudió la propagación de las principales constituyentes semidiurnas y diurnas de la marea. Los resultados obtenidos mediante los modelos han sido validados con datos experimentales tomados en puntos estratégicos dentro del canal. El modelo desarrollado puede ser utilizado para obtener predicciones de mareas en la zona de estudio, especialmente en los puertos de Gallineras y Sancti Petri.

*Palabras clave:* canal de mareas, modelo numérico, doble entrada de flujo y reflujos, Sancti Petri.

#### Introduction

Cádiz Bay is located on the southwest coast of Spain, near latitude 36.5°N. It faces west to the Gulf of Cádiz and is landlocked on its southwestern, southern and eastern margins by the mainland. The bay is subdivided into two basins, a shallower inner bay and a deeper outer bay (fig. 1). It is a water body of reduced depths, in which the movement of the water masses is induced by the effect of the tide that is generated in the ocean and propagates to the interior through the border connecting with the open sea. The tide in Cádiz Bay is

#### Introducción

La Bahía de Cádiz se localiza en el suroeste de las costas españolas, cerca de 36.5°N. En su lado oeste limita con el Golfo de Cádiz y se encuentra dividida en dos cuencas, Bahía Interior, de profundidades más someras, y Bahía Exterior, con mayores profundidades (fig. 1). La Bahía de Cádiz es un cuerpo de agua de profundidades reducidas en donde el movimiento de las masas de aguas es inducido por el efecto de la marea que se genera en el océano y que se propaga hacia su interior a través de su conexión con mar abierto. La onda de

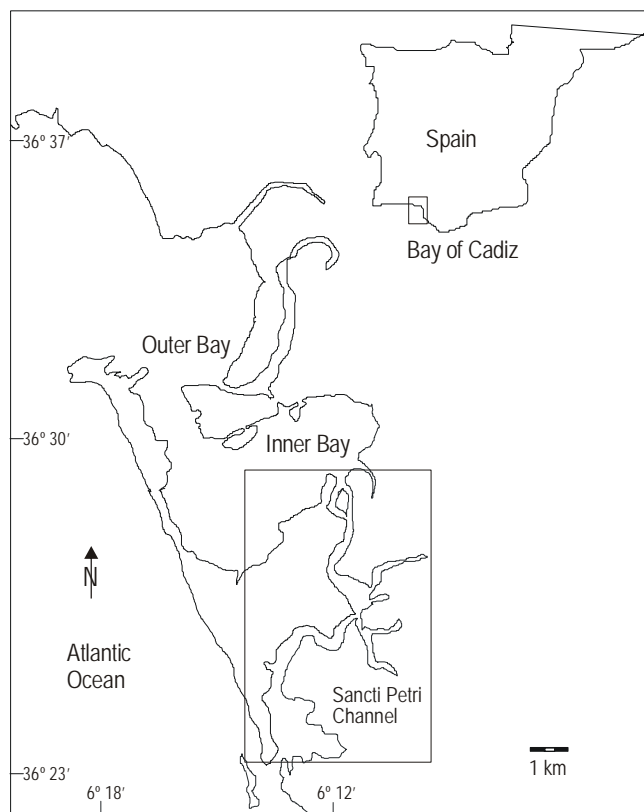


Figure 1. Geographic location of Cadiz Bay and the Sancti Petri Channel (Spain).

Figura 1. Localización geográfica de la Bahía de Cádiz y el Caño de Sancti Petri (España).

semidiurnal, the component of astronomical origin  $M_2$  being the most important, with more than 85% of the total tidal energy. It is followed in importance by  $S_2$  and then by  $N_2$ . The contribution to the tidal signal of the diurnal components  $O_1$  and  $K_1$  is very small. Nevertheless, all of them present a similar behaviour, with a stationary character that causes an increase in the amplitude of the waves from the boundary of connection with the Atlantic Ocean to the eastern end of the inner bay. Álvarez (1999) made a first attempt to represent the tides of this bay, based on a numerical model and a great number of observations. Due to this stationary character in Cádiz Bay, the amplitude of the tide increases from the mouth of the outer bay toward the interior to La Carraca station. La Carraca connects with the Atlantic Ocean through the Sancti Petri channel.

The Sancti Petri tidal channel is an inflow-outflow canal that extends from the inner part of Cádiz Bay to the outlet in the Atlantic Ocean. It is 17 km long and connects to a number of secondary channels that, in turn, supply a vast tidal flat area (fig. 2). This is an important area because of the large population, economical activities (the seaports of Sancti Petri and Gallineras and the military shipyard of La Carraca are located within this tidal channel) and great ecological value. This channel presents a central area of increased depth and shallow areas on both margins, the depth ranging from approximately

marea en la Bahía de Cádiz tiene un carácter semidiurno, siendo la componente  $M_2$  de la marea la de mayor importancia y con más del 85% del total de la energía. Le siguen en importancia las componentes  $S_2$  y  $N_2$ , por este orden. Las componentes diurnas  $O_1$  y  $K_1$  tienen una pequeña contribución a la señal de marea. Todas ellas, semidiurnas y diurnas, presentan un comportamiento similar, con un carácter estacionario que es responsable del incremento en amplitud que se observa desde la conexión de la Bahía con el Océano Atlántico (Bahía Exterior) hasta el interior de la misma (Bahía Interior). Álvarez (1999), basado en un modelo numérico hidrodinámico y apoyado en un gran número de observaciones, describe la propagación de estas componentes de marea desde la Bahía Exterior hacia la Bahía Interior. Debido a este carácter estacionario, la amplitud de la onda de marea se incrementa desde la Bahía Exterior hasta La Carraca, estación localizada en la zona más interna de la Bahía Interior y que conecta a su vez con el Océano Atlántico a través del Caño de Sancti Petri.

El Caño de Sancti Petri es un canal de flujo-reflujo de mareas que se extiende desde la Bahía Interior de Cádiz hasta el Océano Atlántico. Con una longitud de 17 km, este canal se conecta con caños menores que abastecen de agua a grandes zonas inundables (fig. 2). El canal de Sancti Petri tiene gran importancia desde el punto de vista económico por las

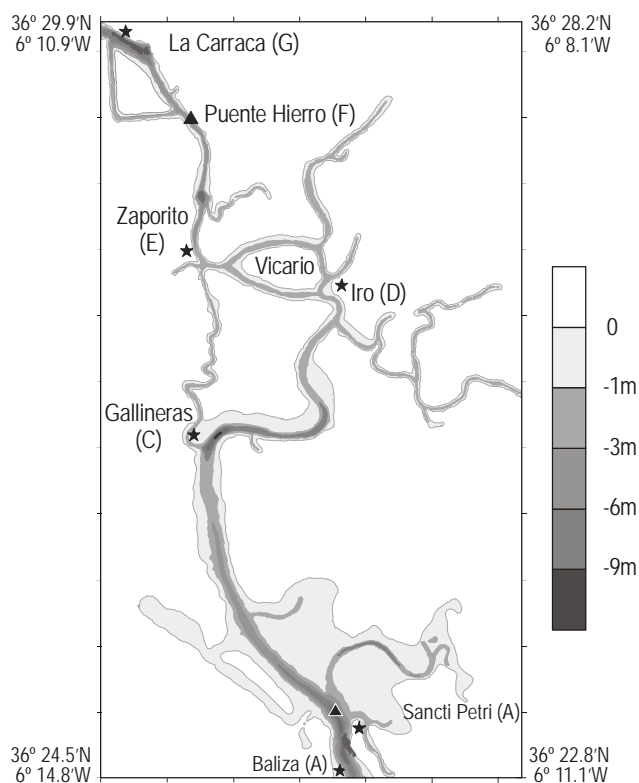


Figure 2. Location map and bathymetry (depths in m) of the Sancti Petri Channel. (★) Tide gauge stations. (▲) Mooring sites.

Figura 2. Situación geográfica y batimetría del Caño de Sancti Petri (profundidades en m). (★) Estaciones de medidas de mareas. (▲) Sitios de fondeo de correntímetros.

9 m in the former to 3 m in the latter. The cross-sectional area of the channel at the mouth decreases as it nears the inside of the channel and the channel bed is covered everywhere with cohesive sediment, mud and clay, with a diameter of less than 50  $\mu\text{m}$  (Gutiérrez *et al.*, 1996).

The problem of tidal propagation in convergent channels has been studied by several authors (e.g., Prandle, 1985; Friedrichs and Aubrey, 1994; Lanzoni and Seminara, 1998). Some studies have investigated the dynamic behaviour of the tides for a channel open at both ends (e.g., Petrie, 1999; Harari and Carmago, 2003). The Sancti Petri Channel, however, is an interesting case because in places it is relatively shallow in comparison with the tidal range and the channel geometry is complex. Experimental data have shown that this channel is a very singular estuary, where the tide penetrates through both extremes with a slight difference in amplitudes and phases (Vidal *et al.*, 2002).

The purpose of this paper is to examine the dynamic behaviour of the amplitudes and phases of  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_1$  and  $O_1$ , the most prominent semidiurnal and diurnal tidal constituents.

To identify the places that are critical for understanding the observed amplification of the tide in the channel, the next section begins by discussing the experimental data. A numerical model, based on the Abbot-Ionescu type scheme for a branch channel solution algorithm and implemented according to the method of finite difference, was developed. The model results allow for the study of the propagation of the main tidal constituents along the channel, identifying those zones where the amplitudes and phases are maximum. Then, data supplied by the model were verified with values collected at strategically chosen sites of the inner domain.

## Experimental data

In order to calculate the boundary conditions and validate the results, sea surface elevation data were measured by sea level recorders (Aanderaa, WLR 7). Using these instruments, a series of elevations of more than one month duration with a cadence of 10 min were obtained. Table 1 shows the sampling period and locations of the moorings. These data were used to determine the main harmonic constants of the tide at different stations throughout the channel (Foreman, 1989). The location of the stations (A–G) can be seen in figure 2.

Off Cádiz Bay (Baliza station), the amplitudes of the semidiurnal constituents are 0.97 m for  $M_2$ , 0.32 m for  $S_2$  and 0.24 m for  $N_2$ , and those of the diurnal constituents are 0.06 m for  $K_1$  and 0.05 m for  $O_1$ . Within Sancti Petri Channel, the amplitudes of the semidiurnal constituents increase from the mouth to the northern end (inner bay), being 0.10 m for  $M_2$ , 0.04 m for  $S_2$  and 0.03 m for  $N_2$ . The amplitudes of the diurnal constituents are almost uniform along the channel and the total changes in amplitude are 0.01 m ( $O_1$  and  $K_1$ ). This analysis allows us to verify that the main tidal component ( $M_2$ ) for the stations located at both ends of the channel (Baliza and La Carraca) are out of phase by  $8.7^\circ$ , which is equivalent to a

actividades que soporta (con los puertos deportivos de Gallineras y Sancti Petri y el astillero militar de La Carraca), a las que se suman la presencia de grandes núcleos urbano y un alto valor ecológico. El cauce del canal presenta un área central más profunda y zonas muy someras a ambos márgenes. Las profundidades en el centro del cauce varían desde 9 m cerca de los extremos del canal, hasta 3 m en zonas del interior del mismo. Sus fondos están formados por sedimentos cohesivo, arcillas y limo, con diámetro inferior a 50  $\mu\text{m}$  (Gutiérrez *et al.*, 1996).

El problema de la propagación de la onda de marea en canales convergentes ha sido estudiado por diversos autores (e.g., Prandle, 1985; Friedrichs y Aubrey, 1994; Lanzoni y Seminara, 1998). Algunos estudios han investigado el comportamiento dinámico de la marea en canales con doble conexión al exterior (e.g., Petrie, 1999; Harari y Carmago, 2003). Sin embargo, el estudio del Caño de Sancti Petri es muy interesante porque el canal es relativamente somero en comparación con el rango de marea, y la geometría del canal es muy compleja. Además, a partir de los datos experimentales se observa que el canal forma un estuario muy singular donde la onda de marea penetra a través de sus dos conexiones a mar abierto con una pequeña diferencia en amplitudes y fases (Vidal *et al.*, 2002).

El propósito de este trabajo es examinar el comportamiento dinámico de las principales constituyentes de marea semidiurnas y diurnas, amplitudes y fases de  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_1$  y  $O_1$ .

Con objeto de identificar las zonas críticas del caño en su estudio de la propagación de la onda de marea, en la siguiente sección se discuten los datos experimentales tomados a lo largo del canal. Se desarrolló un modelo unidimensional de diferencias finitas basado en un esquema de Abbot-Ionescu con un algoritmo para canales ramificados. A través de los resultados del modelo se estudió la propagación de las principales constituyentes de marea a lo largo del canal, identificando las zonas donde se obtuvieron los máximos de amplitudes y fases. Luego, los datos suministrados por el modelo numérico fueron validados con datos tomados experimentalmente dentro del dominio.

## Datos experimentales

Con el objetivo de obtener las condiciones de contorno y validar los resultados, se tomaron datos experimentales mediante mareógrafos autónomos (WLR 7, Aanderaa) fondeados a lo largo del canal. La tabla 1 muestra la localización de los fondeos y los periodos de muestreo. Mediante estos instrumentos se pudieron registrar series de elevaciones de más de un mes de duración y con una cadencia horaria. Estos datos permitieron obtener las principales constantes armónicas de la marea en algunas estaciones situadas a lo largo del canal (Foreman, 1989). La ubicación de estas estaciones (A–G) puede verse en la figura 2.

En el exterior de la Bahía de Cádiz (estación Baliza), las amplitudes de las constituyentes semidiurnas son de 0.97 m para  $M_2$ , 0.32 m para  $S_2$  y 0.24 m para  $N_2$ . Para el caso de las constituyentes diurnas, las amplitudes son de 0.06 m para  $K_1$  y

**Table 1.** Location of the stations and sampling periods. Aanderaa Recording Current Meters (RCM 7) and Water Level Recorders (WLR 7) were used and sampling interval was 10 minutes.

**Tabla 1.** Localización de las estaciones de medidas y periodos de muestreo. Se utilizaron correntímetros Aanderaa RCM 7 y mareógrafos Aanderaa WLR 7, y el intervalo de muestreo fue de 10 minutos.

Station	Location		Instrument	Observation period	
	Lat. $\phi$	Long. $\lambda$		Beginning (d/m/yr)	End (d/m/yr)
(A) Baliza	36°23.2'	6°12.5'	WLR	25/07/1996	03/10/1996
(B) Sancti Petri	36°23.7'	6°12.4'	WLR	01/07/1997	30/07/1997
			RCM	01/07/1997	10/07/1997
			WLR	03/03/2001	02/05/2001
(C) Gallineras	36°26.4'	6°12.2'	WLR	18/07/1996	29/08/1996
(D) Iro	36°26.7'	6°10.3'	WLR	20/10/1998	10/01/1999
(E) Zaporito	36°27.8'	6°11.2'	WLR	12/09/2001	16/10/2001
(F) Puente Hierro	36°29.0'	6°10.7'	RCM	27/11/1997	04/12/1997
(G) La Carraca	36°30.0'	6°10.9'	WLR	25/07/1996	29/08/1996
			WLR	03/08/2001	11/09/2001

delay in time of 18 min. For some stations like Zaporito or Iro, the  $M_2$  phases are greater than those obtained at Baliza and La Carraca, and similarly for the  $S_2$  and  $N_2$  phases.

In the case of the diurnal components ( $O_1$  and  $K_1$ ), the difference in phases between the two stations located at the ends of the channel is of approximately 24°. The phases for the diurnal constituents increase from the southern end of the channel, in the Atlantic Ocean, to the northern end, in the inner bay, and the maximum value is observed at Zaporito.

At the Sancti Petri (B) and La Carraca (G) stations, a total of three water level records were registered at different seasons of the year, from which the tidal constituents could be calculated. The analysis of these data showed that La Carraca station presents little seasonal variability, unlike Sancti Petri station, where phases show significant variability (Tejedor, 2002). These perturbations can be due to meteorological factors (Tejedor *et al.*, 1997).

The elevation data measured reveal an increase in the phases of the main tidal components from the ends of the channel towards the interior. The physical problem can be exposed as that of two waves, which penetrate the channel almost simultaneously from each end with opposite directions. Therefore, the tide in the Santi Petri channel may be considered to be due to two progressive waves of the same period travelling in opposite directions. One of these is the wave propagating from the open sea; the other is the wave propagating from the inner bay. At Vicario, the two waves are equal in phase. Consequently, a quasi-stationary character of the tide wave is observed in the channel.

Detailed information about the flow is available for the areas of the Sancti Petri and La Carraca stations, which have

0.05 m para  $O_1$ . Dentro del canal de Sancti Petri las amplitudes de las constituyentes semidiurnas se incrementan desde la desembocadura más austral hasta la desembocadura más septentrional (Bahía Interior), donde  $M_2$  crece en 0.10 m,  $S_2$  en 0.04 m y  $N_2$  en 0.03. Las amplitudes de la constituyentes diurnas se mantienen casi constantes dentro del canal, con tan sólo un incremento de 0.01 m (para  $O_1$  y  $K_1$ ) en su extremo norte respecto del sur. Este análisis también permite comprobar que la principal componente de marea,  $M_2$ , se encuentra desfasada de un extremo respecto del otro (borde norte respecto del borde sur) en 8.7 grados, lo que equivale a un retraso de 18 min. Para estaciones como Zaporito o Iro, las fases observadas de  $M_2$  son mayores que las obtenidas en las estaciones de Baliza y Carraca, al igual que para las fases de  $S_2$  y  $N_2$ .

En el caso de las componentes diurnas ( $O_1$  y  $K_1$ ) la diferencia de fase entre las estaciones de los extremos del canal es de 24 grados. Las fases para las constituyentes diurnas también se incrementan de sur a norte, con un máximo cerca de Zaporito.

En las estaciones Sancti Petri (B) y La Carraca (G) se fondearon en total tres mareógrafos durante distintas épocas del año. Las constituyentes de marea obtenidas de las diferentes series temporales registradas presentan una pequeña variabilidad estacional en el caso de la estación La Carraca pero no así en la estación Sancti Petri, donde esta variabilidad es significativamente mayor (Tejedor, 2002). Estas diferencias pueden ser debidas a factores meteorológicos, regímenes de viento principalmente (Tejedor, 1997).

A partir de datos de elevaciones medidas experimentalmente, se observa un incremento de las fases de las componentes de marea desde los extremos del canal hacia el

been investigated systematically by Vidal *et al.* (2002). Current meter data collected at the two mooring sites were used for the study. The moored current measurements were made at 3 and 5 m depths from the sea surface and 1.5 m above the bottom. These results indicate the following interesting flow features: (a) velocity is uniform over depth (for the purpose of model-observation comparison, currents measured at mid-depth by the current meters were considered to represent depth-averaged currents), and (b) it seems that the  $M_2$  semi-minor axes in these regions are very small because the topography strongly constrains the orientation of the tidal currents (the orientation of the principal axes of the current is strongly associated with the orientation of the channel). Therefore, it is a good approach to consider that the flow is one-dimensional.

For this study, current velocity data were measured using RCM 7 current meters at stations B and F. Unfortunately, these instruments only allowed us to obtain temporary series of elevations of 10 days duration, and the sampling interval was 10 min. The ellipse parameters are displayed in table 2. The stronger tidal currents occurred at the southern end of the channel, whilst the largest tidal range occurred at the northern end.

According to González-Mazo (1994), salinity stratification is not important because the waters are vertically well-mixed during the whole tidal cycle. The amount of fresh-water runoff inside the channel is insignificant.

### Numerical model

The model is solved in one dimension, with the horizontal ( $x$ ) in the direction of the channel. Let  $\eta$  and  $Q$  be, respectively, the perturbation of the upper water surface and water discharge. If we assume that the density of the water is constant, the equation for the conservation of mass and that for momentum can be written as:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial \eta}{\partial x} + gA \frac{Q|Q|}{K^2} = 0 \quad (2)$$

where  $t$ ,  $g$  and  $K$  are time, acceleration due to gravity and coefficient of friction, respectively;  $b(x, t)$  is the width of the channel at the free surface;  $A(x, t)$  is the cross-sectional flow area perpendicular to the flow direction; and  $h(t, x)$  is the flow depth. The geometric elements of a section (wetted perimeter, width, hydraulic depth and flow depth) are dependent variables and, therefore, have been recalculated for each temporal step.

In this study, the bottom coefficient was parameterized by the Chezy coefficient:

$$ch = (h + \eta)^{1/6} / n \quad (3)$$

where  $n$  is the Manning roughness coefficient.

interior del mismo. Por tanto, desde el punto de vista físico, el problema puede plantearse como dos ondas progresivas que penetran, casi simultáneamente y con sentidos opuestos, por cada uno de los extremos del canal hacia el interior del caño. Una de estas ondas es la procedente del Océano Atlántico, mientras que la otra procede del interior de la bahía. En la Isla de Vicario las dos ondas presentan la misma fase. Como resultado se observa una onda con características de cuasiestacionaria en el canal.

Las corrientes en el canal están asociadas a la marea. Vidal *et al.* (2002) realizaron un estudio detallado sobre flujos de agua en las estaciones Sancti Petri y La Carraca. Las medidas de corriente se realizaron a 3 y 5 m de la superficie del mar y a 1.5 m sobre el fondo. Los datos de corriente para el estudio proceden de dos fondeos realizados en el canal. Estos datos indican las siguientes características del flujo: (a) las velocidades son bastante uniformes en profundidad (por lo que los registros de corriente medidos a profundidad media pueden ser representativos de una velocidad media en profundidad) y (b) los semiejes menores obtenidos de las elipses de mareas son muy pequeños y la orientación de las corrientes coinciden con la orientación del canal. De todo ello se deduce que un modelo unidimensional constituye una buena aproximación.

Para este estudio se dispuso de datos experimentales de velocidades de la corriente en dos estaciones del canal (estaciones B y F) tomados con corrientímetros RCM 7 Aanderaa. Desafortunadamente debido a la altísima productividad biológica, estos instrumentos sólo funcionaron correctamente por un periodo de 10 días. Los parámetros de la elipses de corriente (amplitud y fase) se presentan en la tabla 2. Es destacable que, aunque el rango de marea mayor se obtiene en el extremo norte del canal, las corrientes más intensas se producen en el extremo sur.

De acuerdo con González-Mazo (1994) la estratificación salina no es importante y el estuario puede considerarse bien mezclado durante la totalidad del ciclo de marea. Los aportes de agua dulce al canal no son significativos.

### Modelo numérico

Considerando  $x$  la distancia horizontal en la dirección longitudinal del canal,  $\eta$  y  $Q$  la sobreelevación y la descarga de

**Table 2.** Amplitude and phases of velocities associated to  $M_2$ . Comparison of the results obtained from the numerical model and those obtained experimentally at the Sancti Petri and Puente Hierro stations.

**Tabla 2.** Amplitudes y fases para las velocidades asociadas a la  $M_2$ . Comparación entre los resultados del modelo y los obtenidos experimentalmente en las estaciones de Sancti Petri y Puente de Hierro.

Station	Predicted data		Observed data	
	Amplitude (cm s <sup>-1</sup> )	Phase (°)	Amplitude (cm s <sup>-1</sup> )	Phase (°)
(B) Sancti Petri	25	331	23	331
(F) Puente Hierro	20	183	16	181

The numerical solution by method of finite differences adopted here used the Abbot-Ionescu scheme with branched channel solution algorithms (which includes secondary channels; Abbot, 1979). The upstream open boundary of the channel was located at La Carraca and the downstream boundary at Baliza (fig. 2). The boundary conditions at open sea ends were supplied for the  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $O_1$  and  $K_1$  tidal constituents and obtained initially from data collected. Owing to the seasonal variability of the diurnal constituents, these boundary conditions were the observations of simultaneous registries of the tide at Baliza and La Carraca.

The model estuary consisted of sections distributed along the channel at 75-m intervals. From a series of numerical experiments, a  $n$  (Manning) value of 0.04 was found to yield simulated currents that are in close agreement with the observed currents. This value is similar to typical  $n$  values (0.033–0.040) (Henderson, 1966). The computing time-step chosen was 5 s and the initial conditions are  $\eta(0, x) = 0$ ,  $Q(0, x) = 0$ .

For all grid points, the computed time series of surface elevations and currents were analyzed through the harmonic method of tidal analysis (Foreman, 1989).

## Results

### *Semidiurnal constituents*

Figure 3(a–c) shows the amplitudes and phases for the semidiurnal constituents ( $M_2$ ,  $S_2$  and  $N_2$ ) obtained with the numerical model. The amplitudes of the semidiurnal constituents increase from the southern end of the channel to La Carraca; however, the variations along the channel present three areas of different behaviour: in area I, from Sancti Petri to Gallineras, the rate of change in amplitude (especially of  $M_2$  and  $S_2$ ) is almost uniform; in area II, from Gallineras to a point located 11.5 km from the southern mouth (Zaporito), the amplitudes increase strongly; and in area III, from Zaporito to La Carraca, the amplitudes increase very slightly, reaching their maximum value at the end of the channel.

The phases for  $M_2$ ,  $S_2$  and  $N_2$  increase rapidly near Zaporito (area II), and present maximum values in the proximity of Vicario, approximately 11 km from the southern border. The total change in phase from the southern mouth to the point of maximum phase (Vicario) is  $17^\circ$  ( $8^\circ$ , from the northern mouth). The presence of this maximum is due to the convergence of the two waves that propagate from the ends towards the inner channel. This assertion is supported by the fact that the flow changes its orientation  $180^\circ$  at this place (fig. 4a–c).

Figure 4 shows the depth-averaged tidal current for the semidiurnal constituents ( $M_2$ ,  $S_2$  and  $N_2$ ). These velocities are determined from the flows and channel areas. As the channel presents continuous changes in width, the velocities show great variability. This can be clearly seen in figure 5, where the area of the channel is shown in terms of distance (kilometers).

agua, respectivamente, y suponiendo que la densidad del agua de mar es constante, el modelo numérico puede ser planteado a partir de las ecuaciones del momento y la conservación de masa como:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial \eta}{\partial x} + gA \frac{Q|Q|}{K^2} = 0 \quad (2)$$

donde  $t$ ,  $g$  y  $K$  representan el tiempo, la aceleración debida a la gravedad y el coeficiente de fricción respectivamente.  $B(t, x)$  corresponde a la anchura del canal,  $A(t, x)$  a su sección transversal y  $h(x, t)$  a la profundidad media en cada sección. Estas variables son dependientes del tiempo y la posición, y son recalculadas en cada paso temporal.

En este estudio el coeficiente de fricción con el fondo es parametrizado según el coeficiente de Chezy como:

$$ch = (h + \eta)^{1/6} / n \quad (3)$$

donde  $n$  es el coeficiente de rugosidad de Manning.

El modelo se desarrolla en diferencias finitas según el esquema de Abbot-Ionescu con un algoritmo de solución para canales ramificados (es decir, incluimos los canales menores que conectan con el Caño de Sancti Petri; Abbot, 1979). Las condiciones de contorno de los extremos del canal fueron tomadas en las estaciones de La Carraca y Baliza (fig. 2). Estas condiciones fueron calculadas a partir de las constantes armónicas de las principales constituyentes de marea,  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $O_1$  y  $K_1$ , que se obtuvieron mediante registros de series de elevaciones. Debido a la variabilidad estacional que presentan estas constituyentes, se eligieron las que se obtuvieron de registros de elevaciones simultáneos en los dos extremos.

El modelo presenta una resolución espacial de 75 m y el paso temporal elegido fue de 5 segundos. El coeficiente de Manning utilizado fue de 0.04, que corresponde al valor que mejor ajuste ofrece con los datos experimentales y que se encuentra dentro de los valores típicos de  $n$  (0.033–0.040) (Henderson, 1966). Las condiciones iniciales elegidas fueron  $h(0, x) = 0$ ,  $Q(0, x) = 0$ . Para todas las secciones se obtuvieron series temporales de elevaciones y velocidades que se analizaron mediante la técnica del análisis armónico (Foreman, 1989).

## Resultados

### *Constituyentes semidiurnas*

En la figura 3(a–c) se muestran las amplitudes y fases de las constituyentes semidiurnas obtenidas con el modelo numérico. Las amplitudes aumentan desde el borde sur del canal hasta la estación La Carraca (borde más septentrional). Sin embargo, este incremento presenta tres zonas diferentes: una

*Diurnal constituents*

The amplitudes of the diurnal constituents ( $O_1$  and  $K_1$ ) increase from Sancti Petri to La Carraca; however, contrary to that found for the semidiurnal components, the maximum values of the phases appear displaced towards the northern end (fig. 6). The total change in phase from the northern mouth to the point of maximum phase is  $2^\circ$  for  $O_1$  and  $1^\circ$  for  $K_1$ . Figure 7 shows the depth-averaged tidal current for the diurnal constituents.

*Comparison of the numerical results with observations*

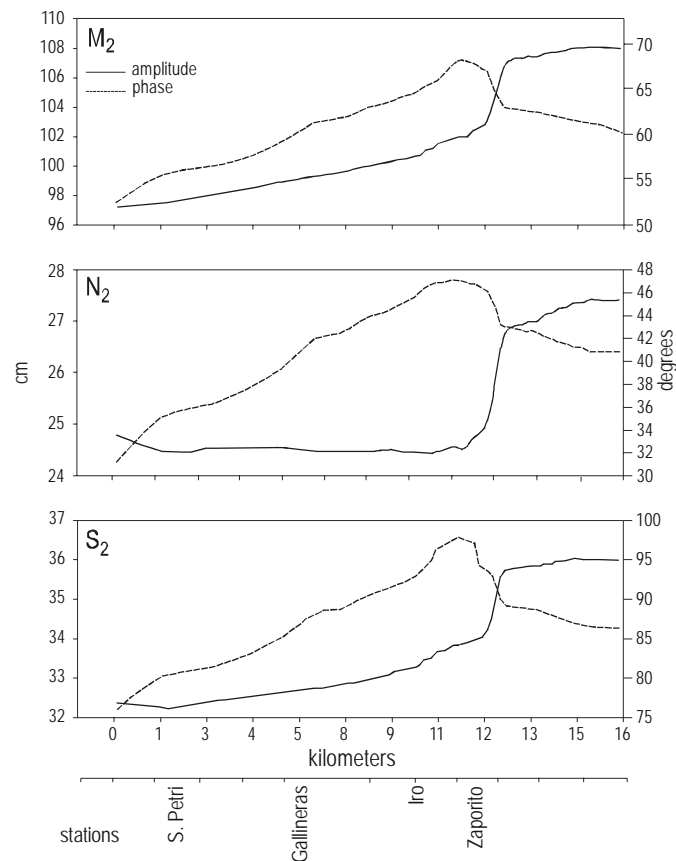
The response of the numerical model to real elevations can be compared with the data collected at moored stations in the channel (table 3). Elevation records from four stations (B–E) are used for the validation of our modelling results.

The phases and amplitudes obtained with the model show good agreement with the observations. There is a very slight tendency for the model to over-predict the observed value of the  $M_2$  and  $S_2$  amplitudes, and the  $N_2$  amplitude is significantly

primera zona (zona I) que abarca desde Sancti Petri hasta Gallineras, con un aumento casi constante de las amplitudes (especialmente  $M_2$  y  $S_2$ ); una segunda (zona II) que comprende desde Gallineras a Zaporito, donde los resultados del modelo ofrecen un fuerte incremento de las amplitudes; y una tercera zona (zona III), desde Zaporito a La Carraca, donde las amplitudes incrementan muy poco hasta alcanzar su máximo en el extremo del canal.

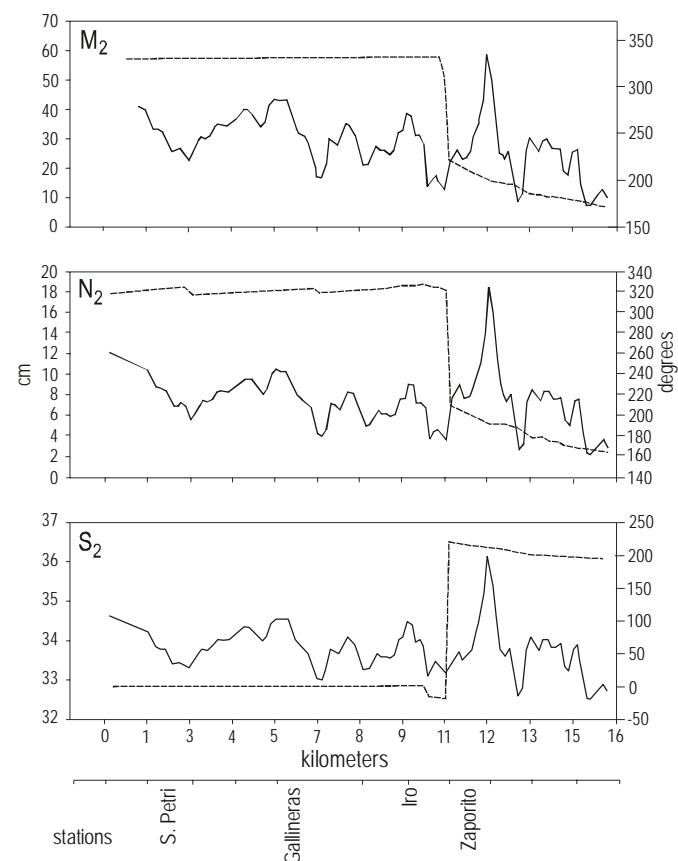
Las fases para  $M_2$ ,  $S_2$  y  $N_2$  incrementan muy rápidamente en las proximidades de Zaporito (zona II), donde presentan su máximo valor. Este lugar se encuentra aproximadamente a 11 km del borde sur del canal. La diferencia de fase obtenida entre el extremo más meridional y el lugar de máxima fase es de  $17^\circ$  ( $8^\circ$  entre este punto y el extremo más septentrional). La presencia de este máximo es el resultado de la convergencia de la onda de marea que penetra con muy poca diferencia de tiempo y amplitud por cada uno de los extremos del caño. Esta interpretación también está avalada por el hecho de que en este punto el flujo cambia su orientación (fig. 4a–c).

La figura 4 muestra las amplitudes de las corrientes asociadas a la marea (promediadas en cada sección) para las



**Figure 3.** Amplitude, in cm (solid line), and phase, in degrees (dashed line), for the  $M_2$ ,  $N_2$  and  $S_2$  tidal constituents along the Sancti Petri Channel.

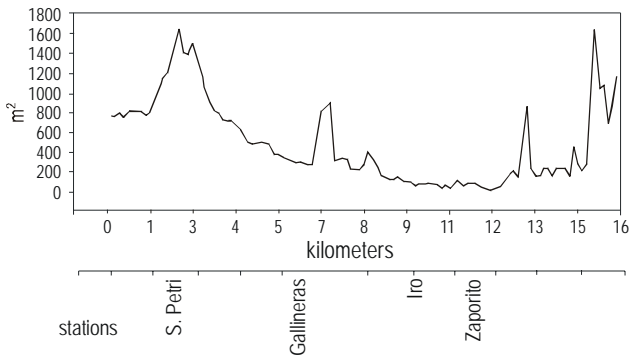
**Figura 3.** Amplitudes en cm (línea sólida) y fase en grados (línea punteada) para las componentes de marea  $M_2$ ,  $N_2$  y  $S_2$  a lo largo del Caño de Sancti Petri.



**Figure 4.** Velocity amplitude, in  $\text{cm s}^{-1}$  (solid line), and velocity phase, in degrees (dashed line), for  $M_2$ ,  $N_2$  and  $S_2$  along the Sancti Petri Channel.

**Figura 4.** Amplitudes de la velocidad en  $\text{cm s}^{-1}$  (línea sólida) y fases en grados (línea punteada) para  $M_2$ ,  $N_2$  y  $S_2$  a lo largo del Caño de Sancti Petri.

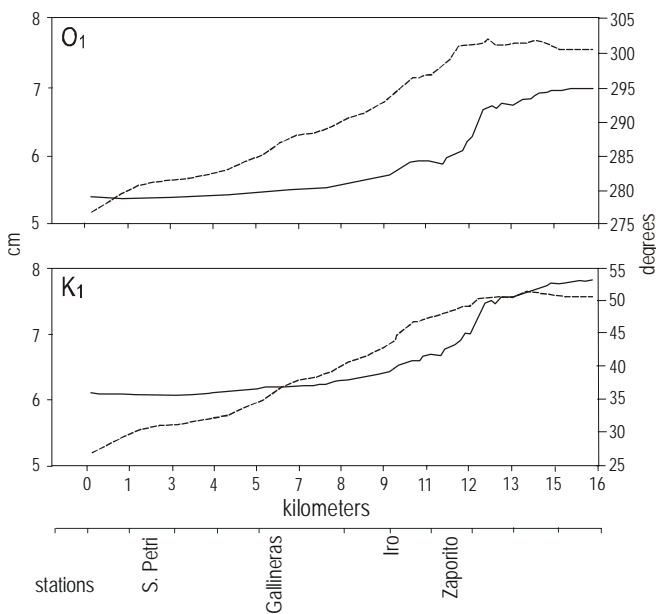




**Figure 5.** Cross-sectional flow areas along the Sancti Petri Channel.  
**Figura 5.** Áreas inundadas en el Caño de Sancti Petri en función de su distancia a la boca (km).

over-predicted (4 cm for Sancti Petri and 3 cm for Iro). There is also a slight tendency for the phases of  $M_2$  to be smaller than those measured at Zaporito and Iro ( $2^\circ$  and  $3^\circ$ , respectively). Discrepancies occur for the phases of  $S_2$  and  $N_2$  at Sancti Petri; however, the observed data indicate that this station presents an anomalous behaviour. This can be due to meteorological effects, which are particularly important at Sancti Petri station, as shown by the seasonal variability of the data recorded there (Vidal, 2002).

For the diurnal components, table 3 shows a reasonable agreement between the amplitudes and phases for stations B to E, with corresponding values derived from the analysis of the time series computed by the model, although the phases show significant variability.



**Figure 6.** Amplitudes, in cm (solid line), and phases, in degrees (dashed line), for the  $O_1$  and  $K_1$  tidal constituents along the Sancti Petri Channel.  
**Figura 6.** Amplitudes en cm (línea sólida) y fase en grados (línea punteada) para las componentes de marea  $O_1$  y  $K_1$  a lo largo del Caño de Sancti Petri.

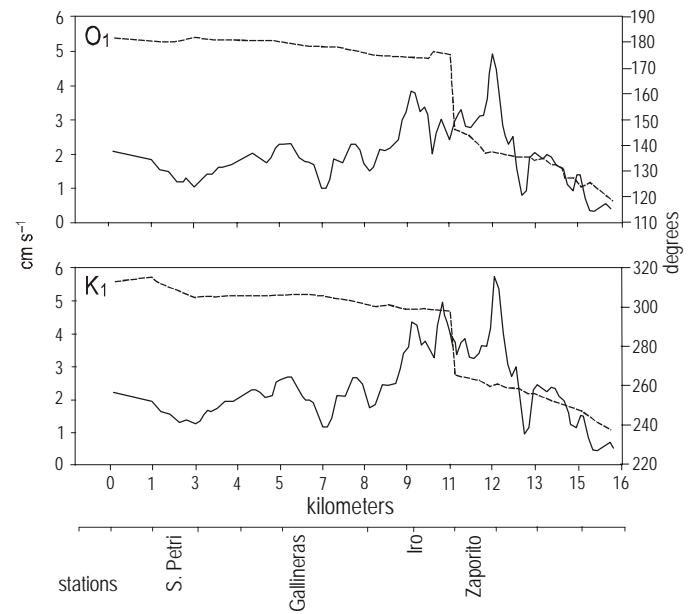
constituyentes semidiurnas  $M_2$ ,  $S_2$  y  $N_2$ . Estas velocidades se obtienen indirectamente a través del flujo. Como el canal presenta continuos cambios en anchura, las velocidades muestran una gran variabilidad. En la figura 5 se presentan las áreas medidas en cada sección a lo largo del canal.

*Constituyentes diurnas*

Para las constituyentes diurnas, la amplitud de la  $O_1$  y  $K_1$  aumentan desde Sancti Petri hasta La Carraca, pero a diferencia de lo que encontramos para las componentes semidiurnas, el máximo en las fases se encuentra más cercano al borde norte del canal (fig. 6). La diferencia de fase obtenida entre este lugar y el lugar donde encontramos un máximo de fase es de  $2^\circ$  para  $O_1$  y  $1^\circ$  para  $K_1$ . La figura 7 muestra las velocidades promediadas en la sección para estas constituyentes ( $O_1$  y  $K_1$ ).

*Validación de los resultados con datos experimentales*

Los resultados del modelo numérico pueden ser validados con datos experimentales de elevaciones procedentes de fondeos realizados dentro del canal (tabla 3). Para esta validación se dispuso de registros de elevaciones en cuatro estaciones (estaciones B a E). Las fases y amplitudes obtenidas con el modelo mostraron un buen grado de coincidencia con las procedentes de los datos experimentales. Observamos que existe una pequeña tendencia del modelo a sobrestimar las amplitudes de  $M_2$  y  $S_2$  para las elevaciones, y significativamente mayor para la constituyente  $N_2$  (4 cm en Sancti Petri y 3 cm en la estación Iro).



**Figure 7.** Velocity amplitude, in  $\text{cm s}^{-1}$  (solid line), and velocity phase, in degrees (dashed line), for  $O_1$  and  $K_1$  along the Sancti Petri Channel.  
**Figura 7.** Amplitudes de la velocidad  $\text{cm s}^{-1}$  (línea sólida) y fases en grados (línea punteada) para  $O_1$  y  $K_1$  a lo largo del Caño de Sancti Petri.



**Table 3.** Harmonic constants for the Sancti Petri Channel. Amplitudes and phases observed and predicted at four stations within the channel.  
**Tabla 3.** Constantes armónicas para el Caño de Sancti Petri. Amplitudes y fases observadas y predichas en cuatro estaciones del interior del canal.

Station	$M_2$		$S_2$		$N_2$		$O_1$		$K_1$	
	Obs.	Model	Obs.	Model	Obs.	Model	Obs.	Model	Obs.	Model
(B) Sancti Petri										
Amplitude (cm)	96	97	30	32	20	24	6	5	6	6
Phase (°)	58	56	85	81	55	36	292	282	35	31
(C) Gallineras										
Amplitude (cm)	99	99	32	33	24	24	5	5	6	6
Phase (°)	61	61	89	89	43	42	292	289	42	38
(D) Iro										
Amplitude (cm)	98	100	35	34	21	24	6	6	5	6
Phase (°)	67	64	98	93	49	45	301	296	52	49
(E) Zaporito										
Amplitude (cm)	101	102	34	34	23	24	6	6	7	7
Phase (°)	70	68	99	98	50	47	303	302	53	51

Table 2 presents the amplitudes and phases obtained by means of the numerical solutions for the velocities together with the value of the ellipse amplitudes obtained experimentally. For  $M_2$ , the modelled amplitude has a tendency to be over-predicted compared with the amplitudes obtained by the current meters at stations B and F. Such alterations can be justified when the model bathymetry is read from navigation charts, since it is generally the most shallow sounding that is marked. The phases calculated show good agreement with those observed.

## Discussion

The Sancti Petri Channel is an interesting application of a tidal channel because it is a inflow-outflow canal with double connection at the open sea where the tide wave penetrates from both ends with different amplitudes and phases. This paper contributes to the hydrodynamic knowledge of the channel, resulting in a situation that may be considered a first step towards the modelling of the whole coastal circulation, including the outer and inner bays.

A one-dimensional tidal model with a  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $O_1$  and  $K_1$  forcing has been developed covering the Sancti Petri Channel. The validity of the model was established by comparing with observed data. Comparison with elevation and current meter data for the region generally shows good agreement for the tidal constituents, which suggests that the model correctly reproduces the hydrodynamics of the channel.

The results obtained show the areas of amplification and the direction of propagation of the tide wave in the channel. A critical hydrodynamical point appears at Vicario station, where a maximum in the phases of the tide constituents occurs. This site would correspond to the convergence zone of the tide

También es pequeña la tendencia de las fases de las elevaciones asociadas a  $M_2$  obtenidas con el modelo en Zaporito e Iro a ser menores que las observadas experimentalmente ( $2^\circ$  y  $3^\circ$ , respectivamente). También existen diferencias en las fases de  $S_2$  y  $N_2$  en Sancti Petri. Sin embargo, si analizamos los datos experimentales observamos que la estación de Sancti Petri presenta un comportamiento anómalo. Este comportamiento puede responder a fenómenos meteorológicos, los cuales son particularmente importantes en esta estación como se demuestra por la variabilidad estacional que presentan los datos registrados en ella (Vidal, 2002).

Para las componentes diurnas, la tabla 3 muestra una coincidencia razonable entre las amplitudes obtenidas con el modelo y las que se obtuvieron a partir del registro de los datos experimentales. No obstante, las fases presentan alguna variabilidad.

En la tabla 2 podemos observar las amplitudes y fases obtenidas mediante el modelo numérico para las velocidades junto con los valores de las amplitudes y fases de las elipses calculadas con datos experimentales. Para  $M_2$ , las amplitudes calculadas están ligeramente sobrestimadas respecto a las obtenidas a partir de corrientímetros fondeados en las estaciones B y F. Tales diferencias pueden ser justificadas en base a la batimetría que es tomada de cartas náuticas en donde se consideran profundidades escoradas. Las fases calculadas muestran una buena coincidencia con las observadas.

## Discusión

El Caño de Sancti Petri es una interesante aplicación de un canal típico de marea por constituir un canal de flujo y reflujos de marea con una doble conexión con mar abierto por cada extremo del canal, por los cuales la onda de marea penetra

wave. The model implemented proved to be useful to study the characteristics of the tidal propagation and the operational predictions of tides and tidal currents.

## References

- Abbot, M.B. (1979). Computational Hydraulics. Elements of the theory of free surface flows. Pitman. London, pp. 117–220.
- Álvarez, O. (1999). Simulación numérica de la dinámica de marea en la Bahía de Cádiz: Análisis de las constituyentes principales, interacción marea-brisa e influencia del sedimento en suspensión. Ph.D. thesis, Universidad de Cádiz .
- Friedrichs, C.T. and Aubrey, D. (1994). Tidal propagation in strongly convergent channels. *J. Geophys. Res.*, 99: 3321–3336.
- Foreman, M.G. (1989). The harmonic analysis of tidal model time series. *Adv. Water Resour.*, 12: 109–120.
- González-Mazo, E. (1994). Comportamiento de alquibenceno lineal sulfonato (LAS) en sistemas litorales del Golfo de Cádiz. Ph.D. thesis, Universidad de Cádiz.
- Gutiérrez, J.M., Achab, M. y Parrado, J. (1996). Distribución de las facies recientes en los fondos de la Bahía de Cádiz. *Geopaceta*, 21: 155–157.
- Harari, J. and de Carmago, R. (2003). Numerical simulation of the tidal propagation in the coastal region of Santos (Brazil, 24°S 46°W). *Cont. Shelf Res.*, 23: 1597–1613.
- Henderson, F.M. (1966). *Open Channel Flow*. Macmillan, New York, pp. 96–101.
- Lanzoni, S. and Seminara, G. (1998). On tide propagation in convergent estuaries. *J. Geophys. Res.*, 103, C13: 30793–30812.
- Petrie, B. (1999). Sea level variability in the Bras d'Or Lakes. *Atmosphere-Ocean*, 37: 221–239.
- Prandle, D. (1985). Classification of tidal response in estuaries from channel geometry. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 80: 209–221.
- Tejedor, B. (2002). Estudio hidrodinámico de las marismas de la Algaida, Bahía de Cádiz y Barbate. Reporte Técnico, Universidad de Cádiz.
- Tejedor, B., Aboitiz, A. y Vidal, J. (1997). Estudio de las anomalías diurnas de las corrientes en la Bahía de Cádiz. IV. Jornadas

con diferente amplitud y fase. Este estudio contribuye la comprensión de la hidrodinámica del canal, como primera aproximación a posteriores modelos que integren el canal con la Bahía Interior y la Exterior de Cádiz.

Se desarrolló un modelo unidimensional con forzamiento debido a las ondas  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $O_1$  y  $K_1$ , y los datos obtenidos mediante su aplicación han sido validados con datos procedentes de observaciones experimentales. La validación muestra un buen ajuste para las elevaciones y velocidades, lo que sugiere que el modelo reproduce correctamente la hidrodinámica del canal. Los resultados obtenidos por el modelo muestran zonas de amplificación y dirección de propagación de la onda de marea en el canal. Desde el punto de vista hidrodinámico, un punto crítico aparece en las proximidades de Vicario, donde se observa un máximo en las fases para las constituyentes de marea. Este lugar podría representar el punto de convergencia de las dos ondas de marea que penetran casi simultáneamente por cada uno de los extremos del caño. Estos resultados pueden ser de gran utilidad para la predicción de elevaciones y velocidades dentro del canal.

Traducido al español por los autores.

- 
- Españolas de Ingeniería de Costas y Puertos. Universidad Politécnica de Valencia, IV: 175–191.
- Vidal, J., Alvarez, O., Tejedor, B. and Tejedor, L. (2002). Estudio de la señal  $M_2$  de la marea en el Caño de Sancti Petri. III. Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica, 4–8 de febrero, Valencia.
- Vidal, J. (2002). Caracterización dinámica de la marea y del sedimento en el caño de Sancti Petri. Ph.D. thesis, Universidad de Cádiz.