

PRONOSTICO PESQUERO DE CORTO PLAZO UTILIZANDO UN MODELO AUTORREGRESIVO TIPO ARIMA (Box-Jenkins). LA PESQUERIA DE ANCHOVETA NORTEÑA *Engraulis mordax m.* UN EJEMPLO

por

Arturo Luis Lelevier G.
Centro de Investigaciones Pesqueras
Apartado Postal No. 197
Tampico, Tamps., 89000, México

y
Hugo Gustavo Peña P.
Centro de Investigación Científica y de
Educación Superior de Ensenada
Apartado Postal No. 2732
Ensenada, B. C. 22800, México

LELEVIER, A. L. y H. G. Peña, 1983. Pronóstico pesquero de corto plazo utilizando un método autoregresivo tipo ARIMA (Box-Jenkins). La pesquería de anchoveta noroesteña *Engraulis mordax*, un ejemplo. *Ciencias Marinas* 9(2): 7-17.

RESUMEN

En este trabajo se utiliza la captura por unidad de esfuerzo (CPUE) de la pesquería de anchoveta noroesteña *E. mordax m.* de aguas mexicanas, como serie de entrada a partir de la cual se hace pronóstico pesquero mediante el uso de un modelo autorregresivo tipo ARIMA (Box-Jenkins).

La serie de tiempo incluye las temporadas de pesca de 1972 a 1978 con datos mensuales de CPUE no normalizada. Se establece como modelo, que se ajusta a la misma, un ARIMA (110) cuyas ecuaciones de predicción resultan:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_t(1) &= (1 + \phi) Y_t - \phi Y_{t-1} \\ \hat{Y}_t(2) &= (1 + \phi) Y_t(1) - \phi Y_t \\ \hat{Y}_t(\ell) &= (1 + \phi) Y_t(\ell-1) - \phi Y_t(\ell-2) \text{ para } \ell = 3, 4, \dots \\ \text{donde } \phi &= -0.3028 \pm 0.1065\end{aligned}$$

Se concluye que el pronóstico que este modelo hace es bueno hasta 3 meses.

ABSTRACT

In this paper the catch per unit effort (CPUE) of the northern anchovy Mexican fishery *E. mordax m.* is used as input data to do short term forecasting by means of an autoregressive model ARIMA type (Box-Jenkins).

The time series include the fisheries 1972-1978 with monthly data of unstandardized CPUE. An ARIMA (110) model is found to fit the observed data and the predictive equations are:

$$\begin{aligned}Y_t(1) &= (1 + \phi) Y_t - \phi Y_{t-1} \\ Y_t(2) &= (1 + \phi) Y_t(1) - \phi Y_t \\ Y_t(\ell) &= (1 + \phi) Y_t(\ell-1) - \phi Y_t(\ell-2) \text{ for } \ell = 3, 4, \dots \\ \text{where } \phi &= -0.3028 \pm 0.1065\end{aligned}$$

It is concluded that this model forecast well up to 3 months in advance.

PRONOSTICO PESQUERO DE CORTO PLAZO

INTRODUCCION:

El pronóstico de las capturas comerciales es uno de los objetivos importantes de la investigación pesquera. Este pronóstico permite planificar las actividades relacionadas con la pesca, optimizando de esta forma tiempo y costos de producción. Esto se logra si se establece un modelo proyectivo derivado del análisis de una serie de tiempo, como puede ser una serie de captura por unidad de esfuerzo (CPUE), que no contiene valores observados de otras variables, tales como ambientales. Entonces el modelo es especialmente útil cuando las entradas actuales del sistema son desconocidas y sólo se conocen o están disponibles valores de salida, como es el caso de muchas pesquerías (Saila *et. al.* 1980).

La predicción puede ser de dos tipos: (1) corto plazo (~ 3 meses), que por lo general es para zonas costeras, y (2) largo plazo (> 3 meses), generalmente para áreas de mar abierto. En los métodos proyectivos se supone que las características de las variaciones de los fenómenos ocurrirán en el futuro de la misma forma que en el pasado; pero si tal premisa no se cumple el método no será útil en la práctica (Dai, 1975).

En vista de lo expuesto, este trabajo intenta resolver el problema de la predicción de la CPUE por medio de la modelación con un proceso particular de la familia de mode-

los ARIMA (Auto-Regressive Integrated Moving Average) (Box and Jenkins, 1976). Esta clase de modelos ha sido intentada dentro de la predicción pesquera, entre otros, por Saila *et al.* (1980); Mendelsohn (1980); Lelevier (1982); y han demostrado ser exitosos a pesar de las características no estacionarias de la información.

La característica fundamental de los modelos ARIMA es que consideran que toda la información necesaria para la predicción está contenida en el ordenamiento temporal de los datos mismos, a diferencia de las técnicas de regresión donde el orden temporal no importa y por lo general es necesario hacer uso de más de una serie de datos.

MATERIALES Y METODOS:

1.- Datos.

La serie de entrada que se utilizó fue la de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) ya que se considera a ésta como una medida de la abundancia relativa de la población y refleja la relación entre lo que se obtiene (captura) y la energía (esfuerzo) utilizada en esa obtención.

El registro de la CPUE se obtuvo de las estadísticas que de manera continua lleva el programa anchoveta del Instituto Nacional de la Pesca en el Centro de Investigaciones Pesqueras de El Sauzal, B. C. Estos registros muestran la CPUE en términos de captura/barco/día y la CPUE mensual como una suma de lo anterior. En el presente trabajo se consideran las temporadas de pesca de 1972 a 1978. (Tabla 1).

TABLA 1. Captura por unidad de esfuerzo

ANO MES	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1972	113	102	109	99	229	302	461	492	388	272	197	75
1973	35	64	83	89	113	241	414	416	317	316	28	74
1974	55	15	26	50	188	526	751	978	758	768	242	399
1975	363	138	174	225	581	1000	1196	1088	1057	465	206	114
1976	55	70	19	98	239	498	1840	1064	1672	1480	1847	986
1977	467	392	252	608	624	1581	2353	2043	1516	1215	1000	364
1978	68	0	0	548	753	956	1976	2680	2186	2024	1512	1419

Las capturas comerciales están registradas como descargas comerciales en unidades de toneladas métricas. La unidad de esfuerzo de pesca es número de descargas por barco que en los años 1972-74 correspondía aproximadamente, una descarga a un viaje/día y en los años recientes 1977-78 una descarga equivalía, en las embarcaciones con mayor capacidad de bodega, a un poco más de un viaje/día (Villamar *et al.*; en prensa).

2.- Modelo ARIMA.

La Figura 1 representa la serie temporal de la CPUE. Se observa en ella una notable componente estacional y una decidida tendencia en su crecimiento.

Las etapas a seguir para la determinación del modelo ARIMA adecuado son, (Box and Jenkins, 1976).

- (a) Identificación del modelo
- (b) Estimación de los parámetros
- (c) Diagnóstico del modelo

Con el objeto de identificar el modelo, se procedió primeramente a la supresión de la componente estacional (por ser ésta muy definida) y así modelar el residuo correspondiente. Para ello se transforma la serie de entrada por medio de

$$Y_{p,t} = (X_{p,t} - m_t) / S_t$$

donde:

$X_{p,t}$: es el valor de la serie de CPUE en el año "p", y mes "t"

$m_t = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n X_{p,t}$; es el valor mensual medio de CPUE.

$S_t = \left(\frac{1}{n-1} \sum_{p=1}^n (X_{p,t} - m_t)^2 \right)^{1/2}$; es la desviación standard correspondiente.

En las etapas antes mencionadas se utilizó el programa de computación correspondiente y disponible en el paquete de programas MINITAB de la computadora PRIME 400 del Centro de Cálculo del Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada, (CICSE).

RESULTADOS Y DISCUSION:

La Tabla 2 muestra los valores de m_t y S_t y la Tabla 3 los valores normalizados de CPUE ($Y_{p,t}$). La identificación del modelo se efectúa realizando un análisis de las funciones de autocorrelación (FAC, Figura 2) y autocorrelación parcial (FACP, Figura 3).

La Figura 2 muestra que es necesario realizar una diferenciación mensual de la serie $Y_{p,t}$ debido al carácter no estacionario representado por la falta de rápida atenuación de la FAC.

La serie resultante es:

$$Z_{p,t} = Y_{p,t+1} - Y_{p,t}$$

Las Figuras 4 y 5 muestran la función FAC y FACP de la serie diferenciada $Z_{p,t}$ y pueden notarse las siguientes características.

- a) Se ha logrado un nivel aceptable de estacionaridad,
- b) la FACP presenta un valor significativo al primer desfase.

En vista de lo anterior, el modelo ARIMA más sencillo que se puede proponer es aquel con los órdenes $p = 1, d = 1, 1 = 0$, es decir:

$$(1 - \phi B) (1 - B) Y_{p,t} = a_t$$

donde:

B es el operador tal que $B^k X_t = X_{t-k}$

a_t es el residuo que queda luego de ajustar el modelo a los datos.

En la segunda etapa se estimó el parámetro autoregresivo del modelo, resultando $\phi = -0.3028 \pm 0.1065$.

Como último paso se verificó el residuo a_t para establecer su carácter de "ruido blanco". La Figura 6 muestra el histograma de los residuos. Su valor máximo indica que la moda es cero y que por lo tanto es buena indicación de ajuste. La prueba Kilmogorov-Smirnov no muestra diferencia significativa

PRONOSTICO PESQUERO DE CORTO PLAZO

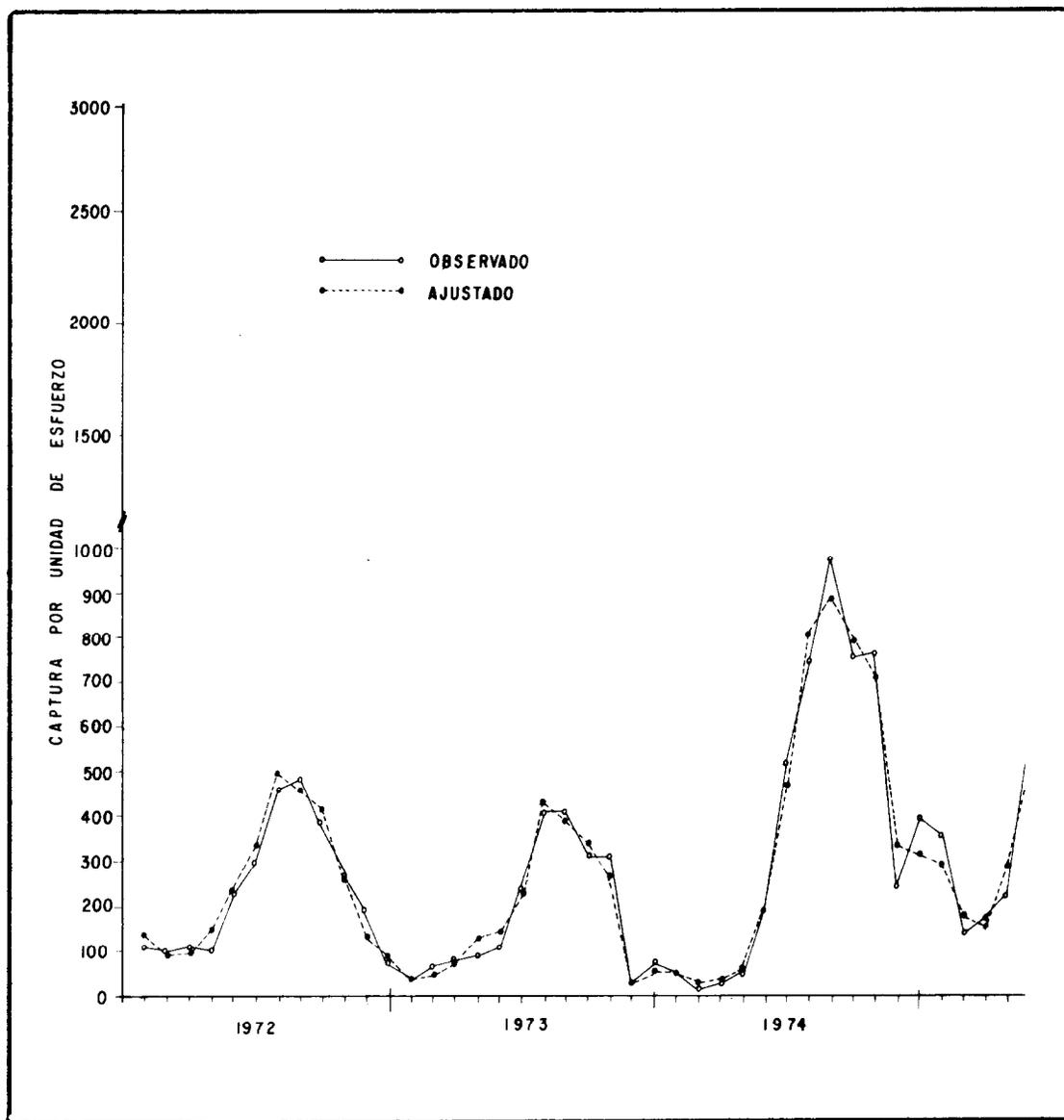
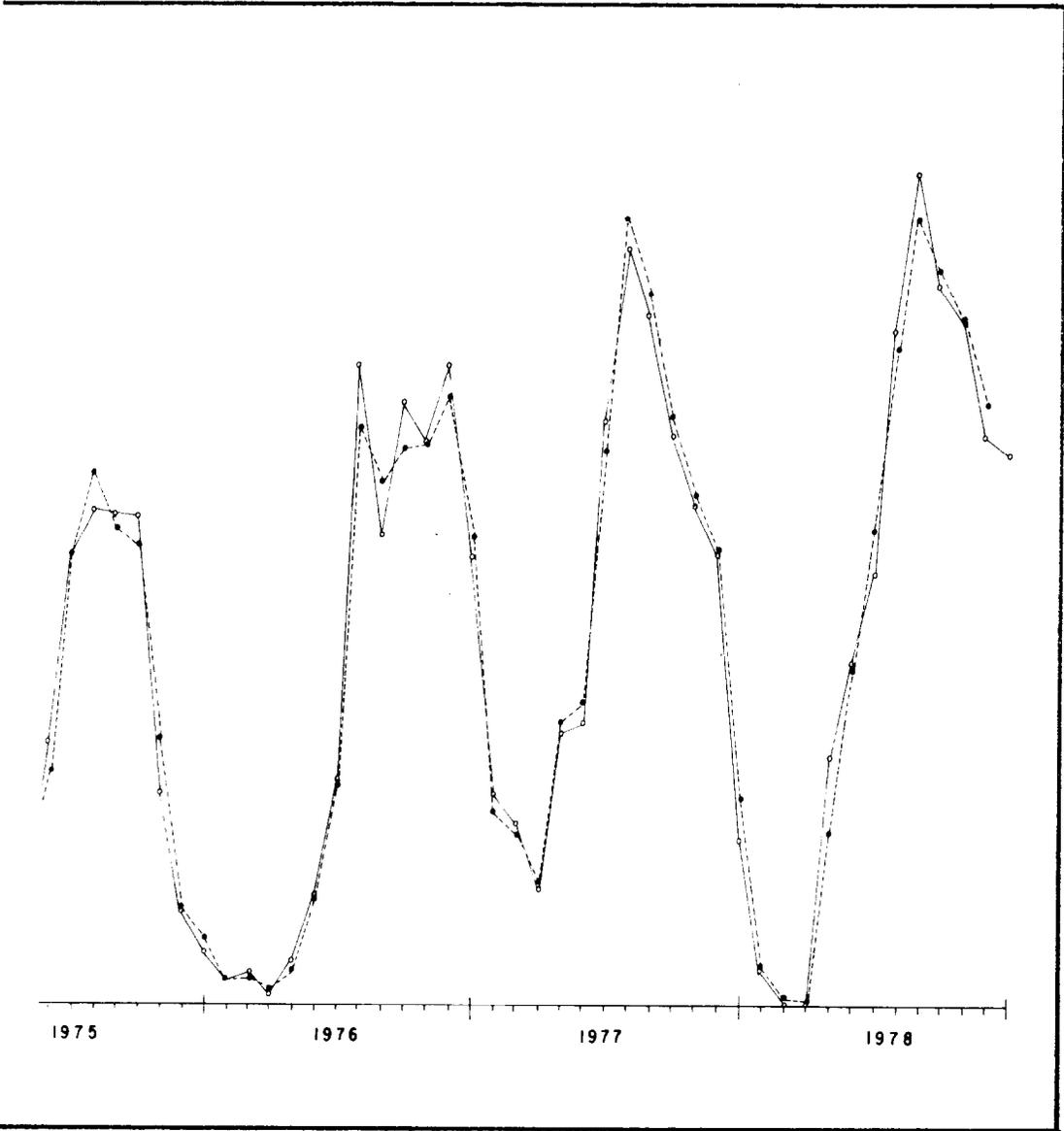


FIGURA 1.- Serie observada y ajustada de CPUE mediante el modelo autorregresivo $\hat{A}\hat{R}\hat{I}M\hat{A}$ (110). CPUE (T/b).



PRONOSTICO PESQUERO DE CORTO PLAZO

TABLA 2.- Media y desviación estándar de la serie de CPUE. (X_p, t).

MES	m_t	s_t
E	165.14	174.94
F	111.57	132.42
M	94.14	91.91
A	245.28	234.26
M	389.57	254.71
J	729.14	477.13
J	1284.43	780.68
A	1251.57	824.49
S	1127.71	696.79
O	934.28	662.43
N	718.86	732.67
D	490.14	519.59

TABLA 3.- Valores normalizados de la serie CPUE (Y_p, t).

AÑO MES	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1972	-0.30	-0.07	0.12	-0.62	-0.63	-0.90	-1.15	-0.92	-1.06	-1.00	-0.71	-0.80
1973	-0.74	-0.36	-0.12	-0.67	-1.09	-1.02	-1.11	-1.01	-1.16	-0.93	-0.94	-0.80
1974	-0.63	-0.73	-0.74	-0.83	-0.79	-0.43	-0.68	-0.33	-0.53	-0.25	-0.65	-0.18
1975	1.13	0.20	-0.87	-0.09	0.75	0.57	-0.11	-0.20	-0.10	-0.71	-0.70	-0.67
1976	-0.63	-0.31	-0.82	-0.63	-0.59	-0.48	0.71	-0.23	0.78	0.82	1.54	0.95
1977	1.73	2.12	1.72	1.55	0.92	1.79	1.37	0.96	0.56	0.42	0.38	0.24
1978	-0.56	-0.84	-1.02	1.29	1.43	0.48	0.89	1.73	1.52	1.65	1.08	1.79

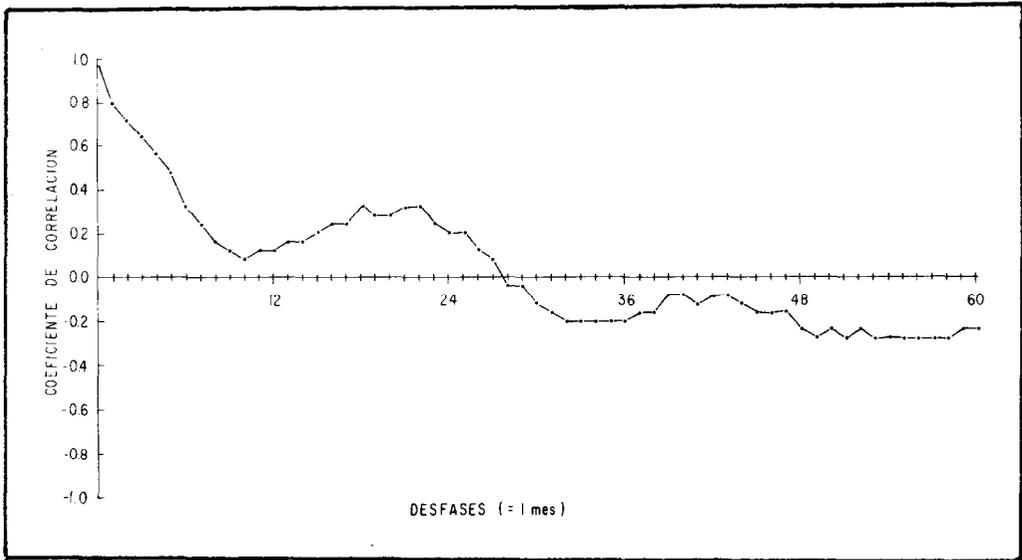


FIGURA 2.- Función de autocorrelación de la serie normalizada de CPUE (T/b).

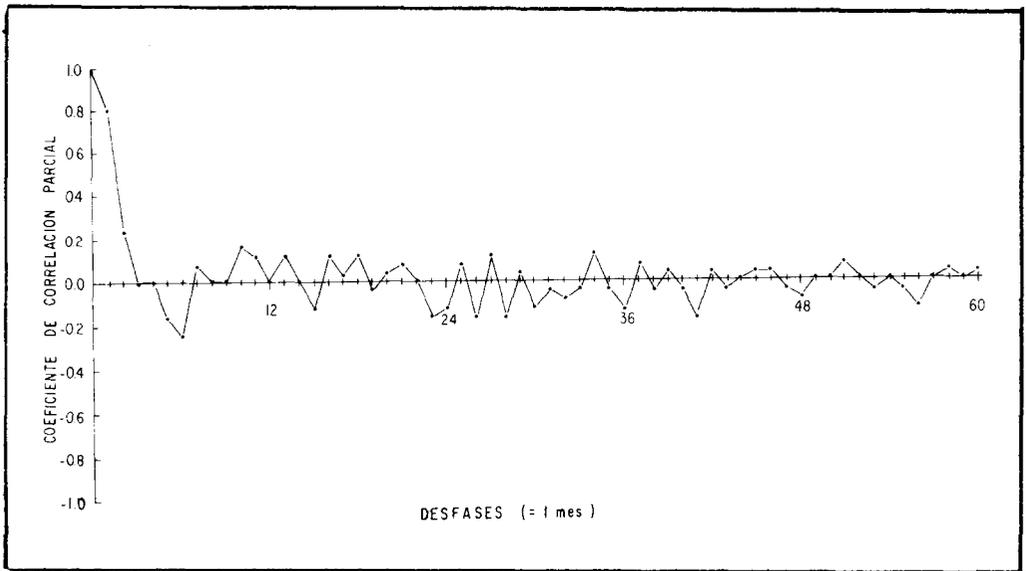


FIGURA 3.- Función de autocorrelación parcial de la serie normalizada de CPUE (T/b).

PRONOSTICO PESQUERO DE CORTO PLAZO

con una distribución normal (al nivel 5 %). La independencia del residuo fue comprobada a través de su función de autocorrelación.

Con este diagnóstico se concluye que el modelo ARIMA (1, 1, 0) adoptado es correcto.

Los resultados del modelo adoptado se reproducen en la Figura 1, junto a los datos observados. Es de notarse el excelente empalme entre ellos, haciendo resaltar el hecho de que sólo ha sido necesaria la estimación de un sólo parámetro (ϕ).

Los aspectos predictivos del modelo surgen de la ecuación en diferencias del modelo ARIMA (1, 1, 0):

$$Y_t = (1 + \phi) Y_{t-1} - \phi Y_{t-2} + a_t \quad (Y_{p,t} \equiv Y_t)$$

La predicción a tiempo futuro ℓ , con origen t , que posee el mínimo error cuadrático medio, es el valor medio condicional, dado por

$$\langle Y_{t+\ell} \rangle = \hat{Y}_t(\ell) = E(Y_{t+\ell} / Y_t, Y_{t-1}, \dots, Y_1)$$

donde $E(\cdot)$ expresa la esperanza matemática. El error en la estimación de la predicción se distribuye normalmente con media nula y varianza dada por

$$\text{Var} [e_t(\ell)] = \sigma_a^2 \left(\sum_{k=0}^{\ell-1} \tau_k^2 \right)$$

siendo σ_a^2 la varianza del residuo y τ_k los coeficientes del operador.

$$Y_t = \psi(B)a_t = \sum_{k=0}^{\infty} \tau_k a_{t-k}, \text{ con } \tau_0 = 1$$

De esta manera, los límites de confianza al nivel $(1 - \alpha)$ 100 % son:

$$\hat{Y}_t(\ell) \pm \sigma_a U_{\alpha/2} \left(\sum_{k=0}^{\ell-1} \tau_k^2 \right)^{1/2}, \text{ con } U_{\alpha/2} = 1.96 \text{ para } \alpha = 0.05$$

Los elementos τ_k son:

$$\tau_0 = 1; \tau_k = \tau_{k-1} + \phi^k, \text{ para } k = 1, 2, \dots \\ \text{con } \phi = -0.3028$$

Así, las ecuaciones de predicción resultan

$$\hat{Y}_t(1) = (1 + \phi) Y_t - \phi Y_{t-1}$$

$$\hat{Y}_t(2) = (1 + \phi) \hat{Y}_t(1) - \phi Y_t$$

$$\hat{Y}_t(\ell) = (1 + \phi) \hat{Y}_t(\ell-1) - \phi Y_t(\ell-2), \text{ para}$$

$$\ell = 3, 4, \dots$$

Para volver a la variable original $X_{p,t}$ se efectúa la transformación.

$$\hat{X}_{p,t}(\ell) = \hat{Y}_{p,t}(\ell) S_t + m_t$$

En la Figura 7 se muestran los datos observados de la temporada 1978 y los pronósticos (Tabla 4) para los primeros 5 meses de 1979. Observamos que, conforme se pronostican más meses, los límites de confianza se agrandan, debido a que la primera predicción se basa en el último valor observado y los posteriores se basan en los valores pronosticados en donde el error a_t no se incluye al momento de hacer el pronóstico en función de un valor pronosticado.

Conforme a lo anterior, un pronóstico - en este caso particular - más allá de los 3 meses no es deseable.

También cabe señalar que si la tendencia futura de la pesquería cambia, entonces el modelo ajustará el parámetro ϕ . Pero si este cambio en la pesquería hace que la serie futura difiera de manera brusca respecto a la serie pasada, entonces se requerirá la identificación de un nuevo modelo.

Por último, el uso de estos modelos debe conjugarse con los conocimientos que se tengan sobre aspectos de dinámica poblacional del recurso y características socioeconómicas de la pesquería para así poder planificar de manera correcta las acciones de la flota.

PRONOSTICO PESQUERO DE CORTO PLAZO

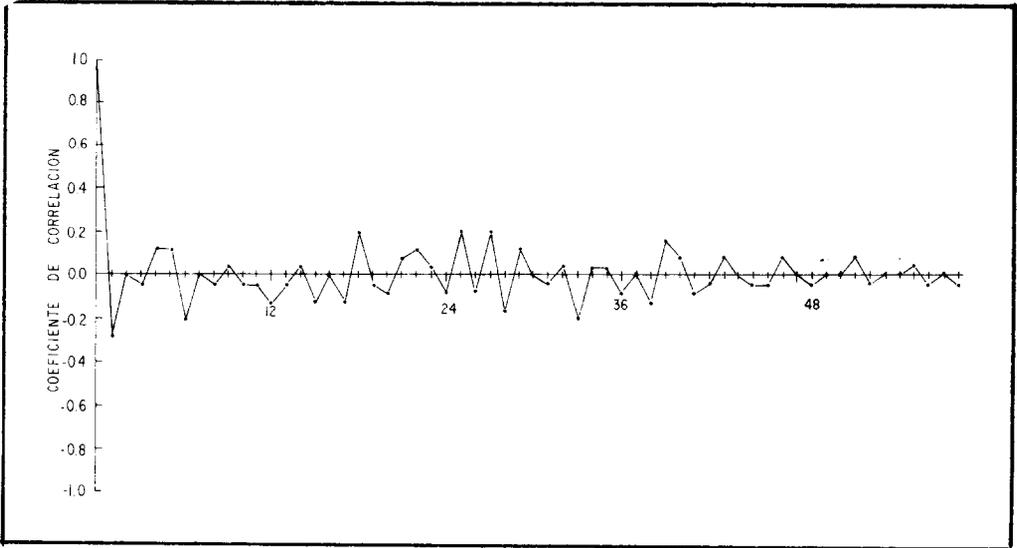


FIGURA 4.- Función de autocorrelación de la serie normalizada y diferenciada una vez de CPUE (T/b).

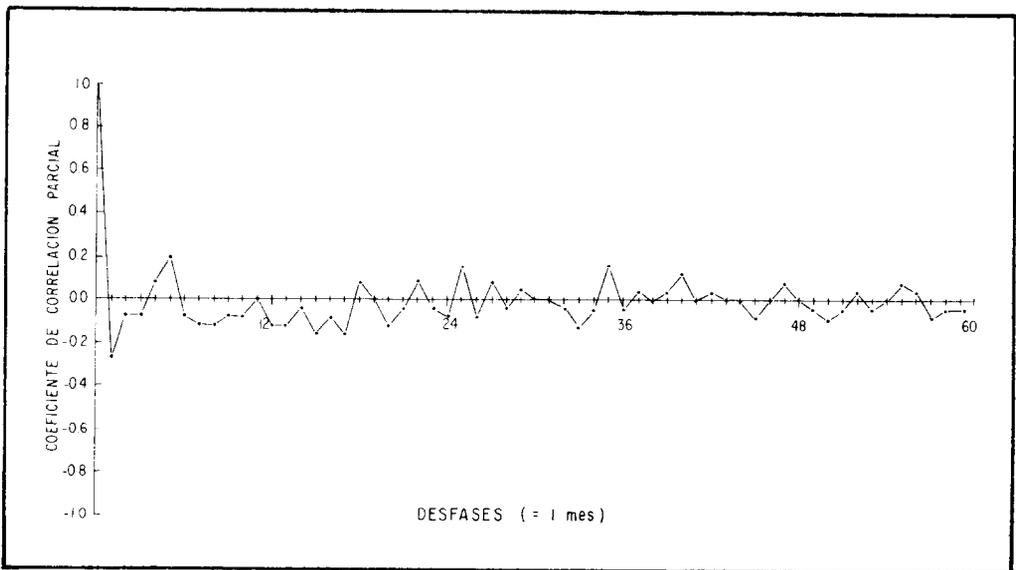


FIGURA 5.- Función de autocorrelación parcial de la serie normalizada y diferenciada una vez de CPUE (T/b).

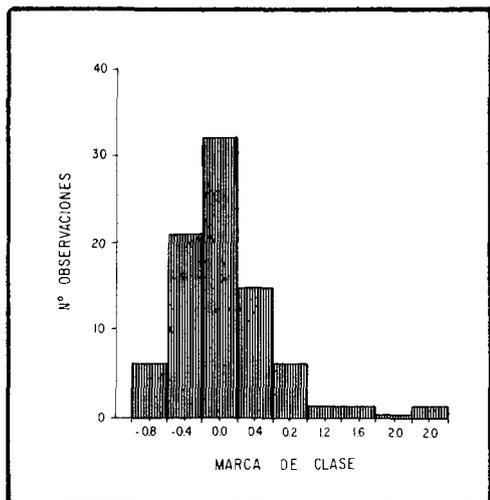


FIGURA 6.- Histograma de los residuos del modelo ARIMA (110)

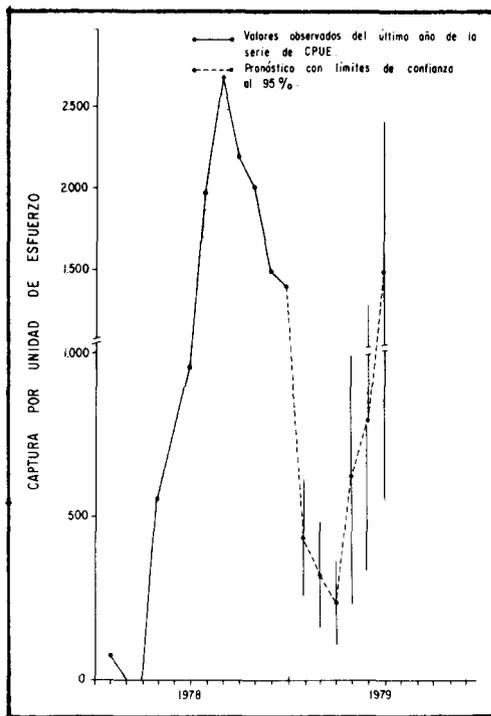


FIGURA 7.- Valores pronosticados por el modelo ARIMA (110)

TABLA 4.- (a) Valores pronosticados por el modelo ARIMA (110) a partir de la serie normalizada de CPUE y, (b) valores pronosticados retransformados a la serie original de CPUE.

(a)	MES	PRONOSTICO	L _I 95 % CON	L _S 95 % CONF.
	E	1.57505	0.56639	2.5837
	F	1.64012	0.41049	2.86976
	M	1.62042	0.15577	3.08507
	A	1.62639	-0.02728	3.28006
	M	1.62458	-0.20221	3.45136

(b)	MES	PRONOSTICO	L _I 95 % CONF	L _S 95 % CONF.
	E	440.68	264.22	617.13
	F	328.75	165.92	491.58
	M	243.07	108.46	337.69
	A	626.27	238.89	1013.66
	M	803.36	338.06	1268.66

CONCLUSIONES:

El modelo autoregresivo refleja bastante bien la naturaleza de la serie de CPUE observada y hace una buena predicción hasta 3 meses. Su simplicidad, y dado que requiere una sola variable (CPUE), lo hace de bastante aplicación práctica aunque su uso se vea restringido por las facilidades que se pueden tener para usar una computadora.

AGRADECIMIENTOS:

Agradecemos al personal del Programa Anchoveta del Instituto Nacional de la Pesca su colaboración para obtener los registros de datos, y al centro de cálculo del CICESE por el apoyo brindado en el uso del computador. El oceanólogo Edgar Pavía (CICESE) revisó la versión final del texto.

LITERATURA CITADA

- BOX, G. E. P. & G. M. Jenkins, 1976. Time Series Analysis Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco, p. 575.
- DAI, T., 1975. Análisis matemático de poblaciones pesqueras comprendido para uso práctico. Instituto Nacional de Pesca, INP/SI: 12, 95 pp.
- LELEVIER, A. 1982. La captura por unidad de esfuerzo en la pesquería de anchoveta norteña *Engraulis mordax m.*, durante las temporadas de pesca de 1972-1978. Tesis Profesional, UABC. p. 56.
- MENDELSSOHN, R., 1980. Using Box-Jenkins models to forecast fishery dynamics: Identification, estimation, and checking. Fish. Bull., U.S. 78 (4): 887-896.
- SAILA, S. B. et al., 1980. Comparison of some time series models for the analysis of Fisheries data. J. Cons. Int. Explor. Merc., 39 (1): 44-52.
- VILLAMAR, A. *et al.*, (en prensa). Análisis y propuesta nacional sobre la administración de la pesquería de Anchoveta. Depto. de Pesca, Dir. Gral. del Inst. Nal. de la Pesca, Programa de Anchoveta, septiembre de 1979, p. 244.