

VERIFICACION DE UN MODELO DE REFRACCION Y SU INFLUENCIA EN LA ESTIMACION DEL TRANSPORTE LITORAL

VERIFICATION OF A REFRACTION MODEL AND ITS INFLUENCE IN THE ESTIMATION OF LITTORAL TRANSPORT

Por/By

Adolfo González Calvillo
Instituto de Investigaciones Oceanológicas
Universidad Autónoma de Baja California
Apartado Postal 453
Ensenada, Baja California, México

Arturo Cruz Falcón
Departamento de Oceanografía
Secretaría de Marina
Ensenada, Baja California, México

GONZALEZ CALVILLO A. y A. Cruz Falcón. 1985. Verificación de un modelo de refracción y su influencia en la estimación del transporte litoral. Verification of a refraction model and its influence in the estimation of littoral transport. Ciencias Marinas 11 (1): 29-37 (9)

RESUMEN

Se presenta una comparación de las diferencias en la determinación del transporte litoral de sedimentos a partir de la obtención del ángulo de incidencia sobre la costa, mediante dos métodos de refracción apoyados en mediciones en aguas profundas, confrontadas con mediciones directas en la zona de rompiente. Las mediciones en la playa se realizaron con dos sensores de presión (Gulton), mientras que las mediciones en aguas profundas se hicieron con una boya sensor de oleaje (Endeco 956). Se obtiene una diferencia promedio del 3% cuando se utilizan técnicas manuales de refracción, y 8% cuando se usa un método de computación para simular la refracción. Se considera que la diferencia es pequeña y se recomiendan ambas técnicas como aceptables para su aplicación en cálculos de transporte litoral, bajo las condiciones aquí descritas.

ABSTRACT

The angles of breaking wave crest with the beach are obtained from two different wave refraction methods, one is manual and the other by computer. Evaluation of longshore sand transport is made in comparison with direct wave measurements at the breaking zone. Wave measurements at the beach were made with two Gulton pressure transducers, while deep water wave measurements were made with an (Endeco 956) wave sensor buoy. A 3 % average difference is found when using the manual wave refraction method, and 8% when simulating wave refraction on a computer. There is a trend in overestimating the longshore sand transport with both methods are acceptable for littoral transport applications under the conditions described here.

INTRODUCCION

La estimación del ángulo de incidencia del oleaje con la costa es un factor determinante en el cálculo de la cantidad de sedimento que se transporta a lo largo de la misma, es por esto que la precisión con que se estime dicho ángulo sea crítica en el balance sedimentario de una playa. En los modelos más usados, el transporte se determina por la razón de peso inmerso (Longuet-Higgins, 1970), o bien mediante la estimación de la velocidad de la corriente a lo largo de la costa (Komar, 1975); en ambos casos el ángulo de incidencia (α) interviene en la forma $\cos(\alpha) \sin(\alpha)$ estimado en la zona de rompiente del oleaje.

Se advierte inmediatamente que la precisión con que se estima el ángulo de incidencia (α) se vuelve más crítica entre más pequeño sea el ángulo. Existen dos maneras típicas de estimar α : una es por medición o estimación directa en la rompiente; la otra es por medición en algún otro lugar, y posteriormente por medio de refracción hacer llegar el oleaje a la costa determinando así α en la rompiente.

Simular la refracción por medio de una computadora es supuestamente más rápido, práctico y preciso que hacerlo manualmente; sin embargo, no se ha comprobado ampliamente que así suceda. Henderson y Webber (1980) hacen una revisión de los trabajos concernientes al tema y verifican un modelo de refracción con estimaciones visuales de la altura de la ola en la costa y miden el ángulo de aproximación con una brújula sobre un muelle.

El propósito del presente trabajo es comparar los resultados de simular refracción con computadora y manualmente, con las mediciones directas en la zona de rompiente para casos reales.

LOCALIDAD Y MEDICIONES

El trabajo fue llevado a cabo en la playa "El Moreno" lugar en que se han efectuado trabajos de transporte litoral con anterioridad por Komar e Inman (1970), hoy conocida como "Los Amigos", ubicada en la

INTRODUCTION

A determinant factor in the calculation of the amount of sediment transport along the coast, is the estimation of the incidence angle of the waves against it. That is why in the sedimentary balance of a beach, the precision in the estimation of such angle is critical in the most used models, the transport is determined by the inverse weight ratio (Longuet-Higgins, 1970) or by the estimation of the current's speed along the coast (Komar, 1975); in both cases the incidence angle (α) intervenes in the form of $\cos(\alpha) \sin(\alpha)$, estimated in the surf zone.

The smaller the angle, the precision with which the incident angle (α) is estimated becomes more critical. There are two typical ways to estimate α : one is direct measurement or estimation in the surf zone; the other one by measurement in some other place and then bringing the wave to the coast by refraction, thus determining α in the surf zone.

Simulating the refraction by a computer is supposedly faster, more practical and more precise than doing it manually; however, this has not been proven so. Henderson and Webber (1980) reviewed this subject and verify a refraction model with visual estimations of the wave height in the coast, and measure the approximation angle with a compass on a pier. The purpose of this work is to compare the results of simulating the refraction by computer and manually, with the direct measurements in the surf zone for real cases.

LOCALITY AND MEASUREMENTS

This work took place on "El Moreno" beach where Komar and Inman (1970) have previously studied littoral transport. It is now known as "Los Amigos" beach, located in the Gulf of California on the east coast of the Baja California Peninsula, México (Fig. 1). This beach is characterized by being covered at high tides and having a very regular tidal plain with a slight slope.

A bathymetric survey was done up to 7 km. east of the coast. Records of waves

costa oriental de la península de Baja California, México (Fig. 1). La playa se caracteriza por estar cubierta únicamente en las mareas altas y tener hacia el mar una planicie de mareas muy regular y de pendiente suave.

El levantamiento batimétrico de la zona se realizó hasta unos siete km al este de la costa. Se obtuvieron registros de oleaje en una estación situada siete km hacia el mar, mediante una boyá (Endeco 956) para es-

timar en una estación 7 km off shore were obtained by an (Endeco 956) buoy to estimate height and approximate direction of the waves. In the surf zone the waves were measured by two Gulton pressure sensors placed parallel to the beach (Fig. 1).

For a more detailed description of the study area and the measurements and methods used, I.I.O. (1982, 1983) and Cruz-Falcón (1983) can be consulted.

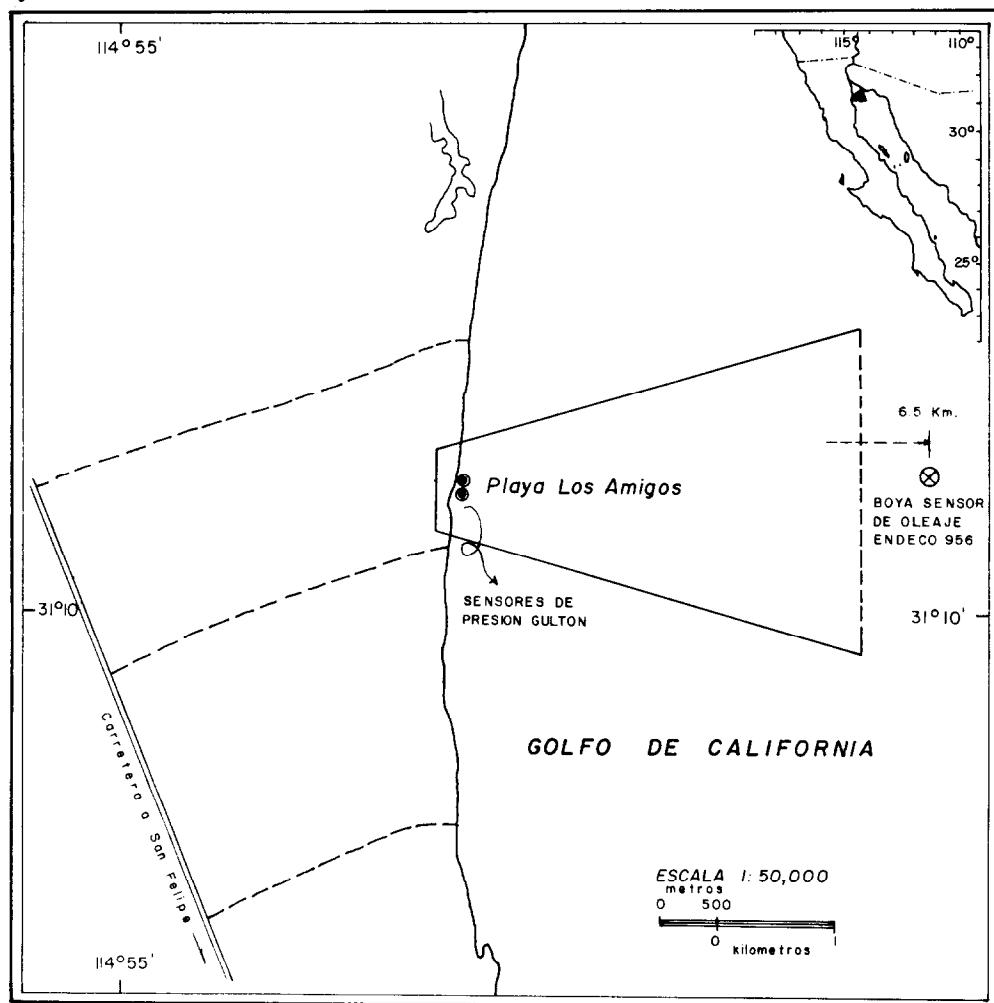


Fig. 1. Localización del área de estudio y sensores.
Location of study area and sensors.

timar altura y dirección de aproximación del oleaje. En la zona de rompiente se midió el oleaje con dos sensores de presión (Gulton), colocados paralelamente a la playa (Fig. 1).

Para una descripción más detallada tanto del área de trabajo, como de las mediciones y métodos usados puede consultarse I.I.O. (1982, 1983) y Cruz Falcón (1983).

METODOLOGIA Y RESULTADOS

Oleaje en mar abierto: Los registros de mar abierto fueron obtenidos midiendo 10 min de cada hora con un intervalo de muestreo de medio segundo. Se escogieron cuatro registros (G71, G73, G75 y G85) que corresponden a períodos de oleaje de 4 s el primero y 3.8 s los últimos. Los registros fueron obtenidos sobre una profundidad media de 14 m, que para esta ola se puede considerar razonablemente que son aguas prácticamente profundas.

La boya sensor de oleaje mide la altura indirectamente mediante un acelerómetro, y la dirección de propagación a través de las velocidades orbitales por medio de dos clinómetros y una brújula. Los resultados obtenidos para la dirección de propagación se muestran en la Tabla I.

Refracción por computadora: La refracción se llevó a cabo usando el programa de Wilson (1966), dividiendo para ello el área de estudio en tres rejillas traslapadas. La primera rejilla comprende desde 7 km hasta 1 km al este de la costa por 3.9 km a lo largo de la misma; es una malla de 21 por 13 puntos separados 300 m. La segunda rejilla cubre desde 1,200 m hasta 30 m al este de la costa con una longitud de 1,080 m; es una malla de 14 por 13 puntos separados 90 m. La tercera rejilla comprende desde 50 m al este de la costa hasta 20 m al oeste con una longitud de 100 m; es una malla de 8 por 11 puntos separados 10 m.

Por cada registro de oleaje en mar abierto se escogieron varios rayos para refractar en la primera rejilla. La segunda rejilla, con mayor detalle batimétrico, se usó para continuar la refracción. En la tercera y última rejilla (mayor detalle batimétrico) se escogieron los tres rayos más

METHODOLOGY AND RESULTS

Waves on open sea. The open sea records were obtained measuring 10 min of each hour with a $\frac{1}{2}$ sec sample interval. Four records were chosen (G71, G73, G75 and G85), corresponding to wave periods of 4s the first one and 3.8s the rest. The records were taken at a 14 m depth that can be considered as practically deep waters for these waves.

The wave sensor buoy measures the height (indirectly) by an accelerometer, and the propagation direction through the orbital speeds by two clinometers and compass. The results for the propagation direction are shown in Table I.

TABLA I. Oleaje medido en mar abierto mediante la boya sensor de oleaje. El azimut es respecto al Norte geográfico. Datos de septiembre de 1982.

Open sea waves measured by the wave sensor buoy. The Azimuth is with respect to the geographic north. Data taken September, 1982.

Grabación	Fecha Día/Hora	Período seg.	Azimut
G 71	16/12:02	4.0	255.84
G 73	16/13:02	3.8	252.09
G 75	16/14:02	3.8	243.82
G 85	16/23:02	3.8	245.71

Refraction by computer. The refraction was done using Wilson's program (1966) dividing the study area into three sets of points in lattice-like arrangements. The first one goes from 7 km to 1 km east of the coast by 3.9 km along the same; it is a network of 21 x 13 points separated 300 m. The second one covers from 1200 m to 30 m east of the coast with a 1080 m length; it is a network of 14 x 13 points separated 90 m. The third one covers from 50 m east of the coast to 20 m west of it with a 100 m length; it is a network of 8 x 11 points separated 10 m.

For each open sea wave record several rays to reflect in the first bathymetric lattice

cercanos al lugar donde fueron colocados los sensores de presión en la rompiente.

Utilizando la suposición de aguas profundas para los datos de la boya y conservación de potencia, se estimó el punto de rompiente entre dos rayos con el criterio de $H/h = 0.8$, para altura de ola (H) y profundidad (h) dados. El ángulo de incidencia usado (α) fue el promedio de los ángulos en la rompiente de los tres rayos usados, obteniendo así un solo ángulo para cada registro de oleaje. Los resultados se muestran en la Tabla II.

Refracción manual: La refracción manual se realizó siguiendo el método basado en Saville y Kaplan (1952) y descrito en el Shore Protection Manual (U. S. ACERC, 1977). De la misma forma como en la refracción por computadora, se usaron tres regiones y se refractaron rayos de manera que se pudieran escoger los que terminaran su recorrido en las cercanías de los sensores de presión ubicados en la playa. Se tomó como ángulo de incidencia el promedio de los tres rayos más cercanos a la posición de los sensores de presión. Los resultados se muestran en la Tabla II.

Ángulo de incidencia en la costa: Los sensores de presión fueron colocados paralelamente a la playa y separados una distancia de 5 m siguiendo el criterio de Peña (1977), para la óptima resolución.

Los registros de los dos sensores se filtraron en la banda de frecuencia correspondiente a los resultados de los registros de la boya sensor de oleaje de mar abierto. Posteriormente, con la diferencia de fase entre los registros de ambos sensores, la velocidad de fase a primer orden y el período, se calculó el ángulo de incidencia en la rompiente (sobre los sensores) mediante simple geometría.

La energía del oleaje para los períodos considerados tarda aproximadamente media hora en arribar desde la posición de la estación de mar abierto hasta la costa, por lo que el registro de los sensores de presión fue el de media hora después del considerado para la boya sensor. Los resultados para los sensores de presión se muestran en la Tabla III.

were chosen. The second lattice, with a greater bathymetric detail, was used to continue the refraction. In the third and last lattice (greater bathymetric detail) we chose the three rays closest to the site where the pressure sensors in the surf zone were placed.

With the supposition of deep waters for the buoy data and potency conservation, the breaking point between two rays was estimated with the criterion $H/h = 0.8$, for a given wave height (H) and depth (h). The incidence angle (α) used was the average of the angles in the surf zone of the three rays, thus obtaining just one angle for each wave record. The results are shown in Table II.

TABLA II. Ángulo de incidencia en la rompiente para la refracción manual y por computadora. $\bar{\alpha}$ = promedio del ángulo de incidencia de los tres rayos.

Incidence angle in the surf zone for the manual and computer refraction,
Average incidence angle of the three rays.

Grabación	$\bar{\alpha}$ Computadora	$\bar{\alpha}$ Manual
G 7 1	23.60	22.83
G 7 3	26.34	25.50
G 7 5	32.64	31.17
G 8 5	29.21	25.67

Manual refraction. The manual refraction was done following the method based on Saville and Kaplan (1952) and described in the Shore Protection Manual (U.S. ACERC, 1977). In the same way as in the refraction by computer, three regions were used and rays were refracted in such a way that the ones that ended their run closer to the pressure sensors placed on the beach could be chosen. The average of the three rays closer to the pressure sensors was taken as the incidence angle. The results are shown in Table II.

Incidence angle on the coast. The pressure sensors were placed parallel to the beach and separated a distance of 5 m, following the criterion of Peña (1977) for an

TABLA III. Resultado de los sensores de presión.

L_o = longitud de onda en aguas profundas; L = longitud de onda; C = velocidad de fase; h = profundidad.

Results from de pressure sensors. L_o = wave length in deepwaters; L = wave length; C = speed phase; h = depth

Grabación	L_o (m)	L (m)	C (m/s)	h (m)	Coherencia	Fase	$\bar{\alpha}$
G 71	24.98	14.98	3.77	1.65	0.887	45.64	22.49
G 73	22.52	17.46	4.60	2.87	0.904	39.62	22.68
G 75	22.52	16.76	4.44	2.56	0.909	51.67	29.00
G 85	22.52	11.54	3.05	1.04	0.702	69.70	26.74

DISCUSIONES

Para efecto de la comparación de los ángulos de incidencia se consideraron los datos tomados en la playa como referencia, y las comparaciones fueron hechas sobre el producto $\text{Sen}(\alpha) \text{Cos}(\alpha)$. Las estimaciones de las diferencias (en porcentajes) se muestran en la Tabla IV.

En la Tabla IV hay varios aspectos que se hacen notar como: primero, que la diferencia promedio para las dos técnicas usadas en la refracción es positiva; segundo, la diferencia en la refracción por el método manual es menor que en el método computacional; tercero, el método manual muestra más variabilidad en sus resultados que el método por computadora y; cuarto, en general la diferencia se puede considerar pequeña.

Los valores positivos en la diferencia (Tabla IV) para las dos técnicas usadas indican una tendencia a subestimar el efecto de la refracción, lo cual redunda en sobreestimar el transporte litoral en aproximadamente un 3% para la refracción manual y un 8% para el método computacional.

Henderson y Webber (1980) encuentran también una tendencia a subestimar la refracción simulada en computadora, comparada con mediciones en la costa. El resultado del método computacional se puede ver alterado si se cambia el número de rejillas y su tamaño.

optimum solution. The records of the two sensors were filtered in the frequency band corresponding to the results of the open sea records taken by the sensor buoy. Later with the phase difference between the records of both sensors, the first order spectral phase, and the period, the incidence angle in the surf zone (on the sensors) was calculated by simple geometry.

The wave energy for the considered periods takes approximately 30 min to arrive from the position of the open sea station to the coast. That is why the record of the pressure sensor was a half hour later than the one considered for the sensor buoy. The results for the pressure sensors are shown in Table III.

DISCUSSION

For the comparison of the incidence angles, the data taken the beach were considered as reference, and the comparisons were done on the product $\text{Sin}(\alpha) \text{Cos}(\alpha)$. The estimates of the differences (in percent) are shown in Table IV.

In Table IV there are several conspicuous aspects. First, the average difference between the two techniques used in the refraction is positive. Second, the difference in the refraction by the manual method is smaller than the one by the computer method. Third, the manual method shows more variability in its results than the one by the computer. Finally, in general the difference can be considered small.

The positive values (Table IV) in the difference for the two techniques used indicate a tendency to underestimate the refraction effect, which contributes to overestimating the littoral transport approximately 3% for the manual refraction and 8% for the computer method.

Henderson and Webber (1980) also find a tendency to underestimate the simulated refraction in the computer, compared to measurements in the coast. The lattice network is changed.

TABLA IV. Estimación de la diferencia (en porcentaje) para los dos métodos de refracción, con referencia a mediciones sobre la costa. El subíndice s = sensores de presión, m = refracción por el método manual; c = refracción por computadora. La barra superior indica promedio.

Estimation of the percent difference for the two refraction methods, with reference to measurements on the coast. The subindex s = pressure sensors; m = refraction by the manual method; c = refraction by computer, the upper bar indicates the average.

Grabación	Sen $\bar{\alpha}_s \cos \bar{\alpha}_s$	Sen $\bar{\alpha}_m \cos \bar{\alpha}_m$	Sen $\bar{\alpha}_c \cos \bar{\alpha}_c$	% DIFERENCIA	
				$\frac{B - A}{A} \times 100$ Manual	$\frac{C - A}{A} \times 100$ Computadora
G 71	0.35	0.36	0.37	3	6
G 73	0.36	0.39	0.40	8	11
G 75	0.42	0.44	0.45	5	7
G 85	0.40	0.39	0.43	3	8
DIFERENCIA PROMEDIO				3	8

El hecho de que el transporte litoral esté sobreestimado está asociado a una sobreestimación de la longitud de onda, lo cual elimina el posible error que se pudiera tener al considerar la velocidad de fase a primer orden.

Las profundidades usadas en la refracción son las que había en el momento en que se tomaron las grabaciones de los sensores de presión, por lo que en una marea subiendo el oleaje viaja sobre una profundidad promedio ligeramente menor, dando por consecuencia que el ángulo de incidencia sea menor que el refractado; sin embargo, esto no sucede con la grabación G85 en el método manual (Tablas II, III, y IV) tomada al subir la marea. La grabación G75 se tomó cuando la marea bajaba, sin embargo, no presenta valores negativos, eliminándose así la posibilidad de una estimación inadecuada de las profundidades durante la refracción.

La refracción manual presenta en promedio, menor diferencia respecto a las mediciones en la playa, que la refracción por computadora, pero debe tomarse en cuenta que en playas como "Los Amigos", en las cuales el fondo es muy regular y de pendiente suave, el trabajo de refracción manual se

The fact that the littoral transport is overestimated, is associated to an overestimation of the wave length, which eliminates the possible mistake when considering the phase speed to first order.

The depths used in the refraction were recorded the moment the pressure sensor measurements were taken. Hence, in an incoming tide the incidence angle to be smaller than the refracted one. This does not happen with the G85 record in the manual method (Tables II, III, and IV) taken with the incoming tide. The G75 record was taking when the tide was going out. However, it does not present negative values, thus eliminating the possibility of an inadequate estimation of the depths during refraction.

The manual refraction presents, in average, a smaller difference with respect to the beach, than that of the computer refraction. It must not be overlooked that on beaches like "Los Amigos", in which the bottom is very regular with a slight slope, the manual refraction work becomes very simple, thus minimizing the mistakes. Even so, the error of appreciation by the operator make the variability of the results bigger than that of the computer method.

vuelve muy sencillo y rápido minimizando así los errores. Aún así, los errores de apreciación por parte del operador hacen que la variabilidad en los resultados sea mayor que la del método computacional.

De los escasos trabajos sobre el tema, se puede mencionar el de Mogel y Street (1974), donde evalúan el transporte litoral por medio de computadora usando varias formas para obtener el ángulo de incidencia promedio en una costa de California (donde α comúnmente es alrededor de 10°), encontrando diferencias cercanas al 13% entre las distintas técnicas usadas.

Henderson y Webber (1980), aunque no reportan ángulo de incidencia con la costa, encuentran diferencias promedio de 3.6° y 7.2° entre la observación y la predicción por refracción, en el Canal Inglés.

Las diferencias en grados encontradas por nosotros son de 2.7° para el método computacional, y 1.1° para el método manual en promedio, o bien 1.0° por ambos métodos.

La precisión en la determinación del ángulo de incidencia se hace crítica, por ejemplo, en costas donde el ángulo de incidencia en la playa sea menor a los 10° , pues el error en la estimación de transporte litoral puede ser tan alta como un 50% o 100% o más. La diferencia total encontrada en este trabajo, en lo que respecta a la sobreestimación del transporte litoral, se considera pequeña aunque falta por incluir el efecto de la estimación de la altura del oleaje por refracción en comparación con las mediciones directas.

Un aspecto que no está considerado en los resultados de la Tabla IV es el error en las mediciones: La boya sensor tiene una resolución de 1.4° en la dirección del oleaje en mar abierto: la estimación de α mediante los sensores de presión en la playa está en función de la longitud de onda y ésta a su vez en función de la profundidad media (medida con resolución de 2.5mm) y el período que fué obtenido de los espectros de energía en el dominio de frecuencias, obtenidos para 50 bandas de frecuencia y una

In one of the few works on this subject, Mogel and Street (1974) evaluate littoral transport by means of a computer, using several forms of obtaining the average incidence angle along the coast in California (where α is often around 10°). They found differences close to 13% between the various techniques used.

Henderson and Webber (1980), found average differences of 3.6° and 7.2° between observation and the prediction by refraction in the English Channel, although they do not report an incident angle with the coast.

The differences in degrees found by us are 2.7° for the computer method and 1.1° for the manual method in average, or 1.0° for both methods.

The precision in the determination of the incidence angle becomes critical, for example, in coasts where the incidence angle on the beach is less than 10° , for the error in the estimation of the littoral transport can be as high as 50 % to 100% or more. The total difference found in this study, with respect to the overestimation of the littoral transport, is considered small, although the effect of the estimation of wave height by refraction in comparison with the direct measurements, is not included.

One aspect not considered in the results shown in Table IV is the error in measurements: the sensor buoy has a 1.4° resolution in the direction of open sea waves; the estimation of α by the pressure sensor on the beach is in function of the wave length and this is a function of the medium depth (measure with a 2.5 mm resolution) and the period obtained from the energy spectra in the frequency dominion, obtained for 50 frequency bands and a 0.25 S^{-1} Nyquist frequency. This is reduced to obtaining the $\sin(\alpha) \cos(\alpha)$ product with an approximate error of ± 0.005 for the cases mentioned here, which would be an error close to 1% .

For the utilization of the refraction techniques used in this study, the use of this methodology for the estimation of the littoral transport is justified. It is to be

frecuencia de Nyquist de 0.25 s^{-1} . Lo anterior se reduce a obtener el producto $\text{Sen}(\alpha) \cos(\alpha)$ con un error aproximado de ± 0.005 para los casos mencionados aquí, lo cual sería un error cercano al 1%.

Para el uso de las técnicas de refracción usadas en este trabajo, se justifica el uso de esta metodología para la estimación del transporte litoral. Es de esperarse que con ángulos de incidencia menores a los aquí encontrados, se vuelve más crítica la estimación del transporte, aumentando notoriamente el error. Un efecto que no se incluye aquí es el de olas de diferentes períodos.

CONCLUSIONES

Para los casos cubiertos, es decir, para ángulos de incidencia en la costa mayores de 20° y períodos alrededor de 4s, el transporte litoral se sobreestima en un 3% usando técnicas de refracción manuales y 8% usando la técnica de computación de Wilson (1966). La diferencia obtenida se considera pequeña, lo que justifica usar refracción en los cálculos de transporte litoral en playas donde la pendiente del fondo es regular y suave.

LITERATURA CITADA

- CRUZ Falcon A. 1983. La refracción del oleaje y la determinación del error en el ángulo de aproximación. Tesis de licenciatura. Escuela Superior de Ciencias Marinas. UABC México 49 pp.
- HENDERSON G. y N. B. Webber. 1980. Verification of a wave refraction model utilising recorded and observed wave data. Proceedings of the seventeenth conference on coastal engineering. p. 101-120.
- INSTITUTO DE INVESTIGACIONES OCEANOLOGICAS. 1982. El comportamiento del oleaje en el Mar de Cortés. Informe anual, 1982. Reporte técnico, 59 pp.
- . 1983. El comportamiento del oleaje en el Mar de Cortés. Informe anual, 1983. Reporte técnico, 21 pp.
- expected that with incidence angles smaller than the ones found in this work, the estimation of the transport becomes more critic, notoriously increasing the error. One not included in this study is that of waves of different periods.
- CONCLUSIONS**
- For the covered case, that is to say, for incidence angles along the coast bigger than 20° and periods around 4s, the littoral transport is overestimated by 3% using manual refraction techniques, and 8% using Wilson's computer technique (1966). The obtained difference is considered small, which justifies using refraction in the littoral transport calculations in beaches where the bottom slope is regular and slight.
-
- KOMAR P. D. 1975. Nearshore currents generated by obliquely incident waves and longshore variation in breaker height. In: Proceedings of the Symposium on Nearshore Sediment Dynamics. Ed. J. R. Hails and A. Carr, Wiley, London. p 17-45.
- KOMAR P. D. and D. L. Inman. 1970. Longshore sand transport on beaches. Journal of Geophysical Research. 75 (30): 5914-5927.
- LONGUET-HIGGINS, M. S. 1970. Longshore currents generated by obliquely incident sea waves, I. Journal of Geophysical Research. 75 (33): 6778-6789.
- MOGEL T. R. and R. L. Street. 1974. Computer evaluation of littoral transport Proceedings of the 14th Conference on Coastal Engineering. 3: 715-725.
- PEÑA, H. G. 1977. Arreglo de olígrafos. Dirección General de Investigación y Desarrollo de la FF.AA. Servicio de Hidrografía Naval. Argentina, Reporte interno, pp. 31-48.
- SAVILLE, T. JR. and K. Kaplan. 1952. A new method for graphical construction of wave refraction diagrams. U. S. Army Corp of Engineers. Beach Erosion Board. Washington D. C. 6 (3) : 23-24.
- U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS RESEARCH CENTER. Shore protection manual. Vol. I, 496 pp. Vol. II, 140 pp.
- WILSON, W. S. 1966. A method for calculation and plotting surface wave rays. U. S. Army Coastal Engineering Research Center. Technical memo 17. Washington, D. C. 58 pp.