

## **ANALISIS OPTICO DE UNA IMAGEN SIMULADA DE LA SUPERFICIE DEL MAR QUE CONTIENE EL ESPECTRO DE ROLL-FISCHER**

### **OPTICAL ANALYSIS OF A SIMULATED IMAGE OF THE SEA SURFACE CONTAINING A ROLL-FISCHER SPECTRUM**

Héctor Valenzuela Rodríguez  
Josué Alvarez Borrego

Centro de Investigación Científica y de  
Educación Superior de Ensenada  
Física Aplicada  
Ave. Espinoza 843, Ensenada, Baja California, México  
P.O. Box 4944, San Ysidro, Ca. 92073, U.S.A.

Valenzuela Rodríguez, H. y Alvarez Borrego, J. (1990). Análisis óptico de una imagen simulada de la superficie del mar que contiene el espectro de Roll-Fischer. Optical analysis of a simulated image of the sea surface containing a Roll-Fischer spectrum. *Ciencias Marinas*, 16(1): 49-67.

#### **RESUMEN**

Por medio de un modelo numérico implementado en computadora se generaron cuatro superficies marinas, cada una de ellas conteniendo el espectro de Roll-Fischer. Se reconstruyeron las imágenes de dos superficies marinas en película fotográfica por medio de un microdensitómetro en su forma de escritura.

Se efectuaron cálculos estadísticos de las superficies marinas.

Para obtener el espectro de potencia bidimensional de la imagen simulada se utilizó un sistema óptico coherente. Este espectro de potencia tiene información sobre las frecuencias energéticas y la dirección que tiene el oleaje a un tiempo específico.

Se comparó el espectro de potencia de Roll-Fischer, usado en la generación de la superficie marina y el espectro de potencia bidimensional obtenido mediante el sistema óptico coherente. Se efectuaron autocorrelaciones ópticas con dos imágenes simuladas.

#### **ABSTRACT**

Four simulated sea surfaces containing the Roll-Fischer power spectrum were generated by a numerical model implemented in computer. The image of two marine surfaces were obtained on photographic film by means of a microdensitometer with a writing mode.

Statistical parameters were calculated for each marine surface.

To obtain the bidimensional power spectrum of the simulated image a coherent optical system was used. This power spectrum has information regarding energetic frequencies and the direction that the waves have at a specific time.

A comparison was made between the Roll-Fischer power spectrum used to generate the simulated sea surface and the bidimensional power spectrum obtained by the coherent optical system. Optical autocorrelations of two simulated surfaces were made.

## INTRODUCCION

Los oceanógrafos físicos han intentado entender la compleja estructura de la superficie marina. Para ello han desarrollado técnicas las cuales permiten obtener series de tiempo del oleaje, de donde se puede derivar el espectro de potencia. Con esta información se puede explicar generación y propagación del oleaje, intercambios de energía a través de volúmenes de agua así como también predicción del comportamiento del oleaje. Este conocimiento se utiliza en el diseño y construcción de puertos. Con las series de tiempo de altura del oleaje en un punto específico no se obtiene suficiente información de la dirección del oleaje. Barber (1954) usó un método óptico para encontrar la dirección del oleaje. Investigaciones similares han sido hechas por Sugimori en 1975. El usó un método óptico, el cual consiste en tomar fotografías aéreas de la superficie del mar y obtener el espectro óptico bidimensional. Ya que este método óptico requiere sólo fotografías de la superficie marina puede ser usado para estudiar oleaje en aguas profundas y someras.

En 1985 Alvarez-Borrego y Machado implementaron un modelo numérico en computadora, con el cual generaron superficies marinas que tenían el espectro teórico de Pierson-Neumann. De estas superficies reconstruyeron imágenes por medio de un microdensitómetro (en su modo de escritura). Obtuvieron ópticamente el espectro de potencia bidimensional e hicieron autocorrelaciones. Describieron la metodología utilizada y compararon el espectro óptico con el de Pierson-Neumann.

Este será un trabajo análogo al de Alvarez-Borrego y Machado (1985), pero como se mencionó con anterioridad, se utilizará el espectro de Roll-Fischer para la generación de las superficies marinas.

Los objetivos de este trabajo son: implementar un modelo numérico en computadora para generar superficies marinas estocásticas con distribución de alturas Gaussiana, que tendrán información del espectro de Roll-Fischer. A partir de los datos generados por el modelo, reconstruir la imagen fotográfica de la superficie marina. Por medio de arreglos ópticos obtener el espectro de poten-

## INTRODUCTION

Physical oceanographers have tried to understand the structural complexities of the sea surface. They have developed techniques which permit us to obtain time series of the waves from which we can derive the power spectrum. With this information we can explain wave generation and propagation and interchanges of energy among volumes of water and also forecast wave behavior. This knowledge is used in the design and construction of harbors. The time series of wave height at a specific point on the sea surface does not give enough information about the wave direction. Barber (1954) used an optical method to find out the direction of the waves on the sea surface. Similar investigations have been carried out by Sugimori (1975). He used an optical method which consists of taking photographs of the sea surface to obtain its bidimensional optical spectrum. Since this optical method requires only photographs of the sea surface, it can be used for studying waves in deep as well as shallow waters.

In 1985 Alvarez-Borrego and Machado implemented a numerical model in computer, to generate marine surfaces containing the Pierson-Neumann power spectrum. With these surfaces they obtained images on photographic film by means of a microdensitometer (in a writing mode). The optical bidimensional power spectrum and autocorrelations were obtained. They described the methodology used, and a comparison between the optical spectrum and the Pierson-Neumann power spectrum was made.

This work will be similar to the one realized by Alvarez-Borrego and Machado (1985) but in this case we will use the Roll-Fischer power spectrum to generate the marine surface.

The aims of this work are: to implement by computer a numerical model to generate stochastic marine surfaces, each containing information regarding the Roll-Fischer power spectrum. To get the image of the simulated sea surface on photographic film. To obtain optically the power spectrum and autocorrelations of the image of the sea. To make a comparison between the spectrum optically

cia y autocorrelaciones de las imágenes del mar. Comparar el espectro obtenido ópticamente con el teórico de Roll-Fischer. Analizar el comportamiento de la curva de autocorrelación en la dirección del viento y perpendicular a ella.

### SIMULACION DE LA SUPERFICIE MARINA

#### a) Generación de la superficie marina con el espectro de potencia de Roll-Fischer

La técnica empleada para producir una simulación numérica de la superficie del mar con un espectro de potencia específico, está basada en la extensión de la teoría de sistemas lineales de una a dos dimensiones. La idea básica del método consiste en aplicar un filtro numérico bidimensional  $W(p,q)$  (esencialmente una respuesta a la función impulso) a una superficie blanca o Gaussiana  $X(i,j)$  que tiene distribución de alturas aleatorias y no correlacionadas.  $W(p,q)$  se obtiene de la transformada de Fourier discreta bidimensional de la función de transferencia, dada por la raíz cuadrada de la razón del espectro de potencia de salida deseado (en este caso Roll-Fischer) entre el espectro de potencia correspondiente a la superficie blanca. Este filtro modula la superficie blanca, produciendo una superficie de salida  $Z(i,j)$  con un espectro de potencia específico  $E_z(m,n)$ . Este espectro de potencia  $E_z(m,n)$  es el espectro teórico que ha sido usado en la simulación de la superficie marina.

Se ha utilizado el espectro de Roll-Fischer (Fig. 2), debido a que nadie ha trabajado con él en este tipo de análisis.

Considerando también la dirección del oleaje, este espectro de potencia está dado por:

$$A^2(w, \theta) = \frac{\phi g^2 (2\pi)^2}{w^4} \text{Exp} \left[ -\frac{2g^2}{w^2 u^2} \right] \text{Cos}^2 \theta \quad (1)$$

donde  $\phi=0.0196$  (constante adimensional),  $g=9.81\text{m}/\text{seg}^2$  (aceleración debido a la gravedad),  $w$  es la frecuencia angular (rad/seg),

obtained and the Roll-Fischer spectrum. To analyze the behavior of the autocorrelation graph, perpendicular and parallel to the wind direction.

### SIMULATION OF THE SEA SURFACE

#### a) Generation of the sea surface with the Roll-Fischer power spectrum

The technique employed to produce a numerical simulation of the sea surface with a specific power spectrum is based on extension of the 1-D linear system theory to two dimensions. The main idea behind the method consists of applying a bidimensional numerical filter  $W(p,q)$  (essentially an impulse response function) to a Gaussian or white surface  $X(i,j)$  having uncorrelated random heights.  $W(p,q)$  is obtained from a numerical 2-D discrete Fourier transform of the transfer function given by the square root of the ratio of the desired output power spectrum (Roll-Fischer spectrum in our case) to the input power spectrum corresponding to the white surface. This filter modulates the white surface producing an exit surface  $Z(i,j)$  with a specific power spectrum  $E_z(m,n)$ . This power spectrum  $E_z(m,n)$  is the theoretical spectrum that has been used in the simulation of the sea surface.

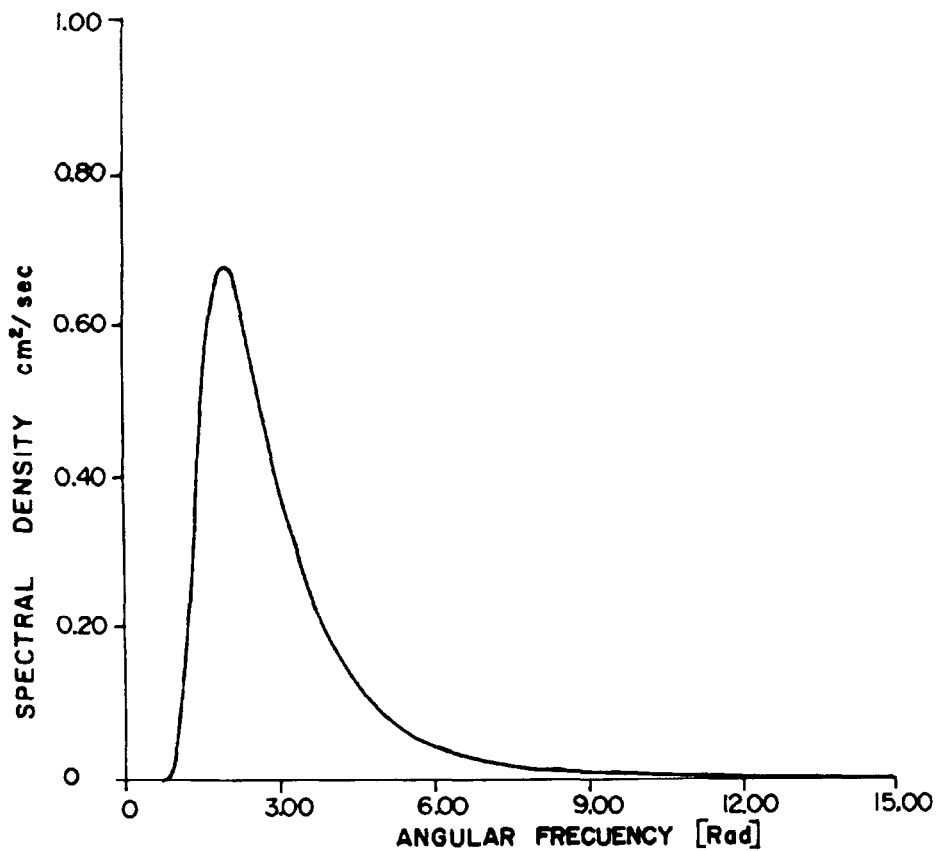
We used the Roll-Fischer spectrum (Fig. 2) because no one has worked with it in this type of analysis.

This power spectrum, considering also the wave direction, is given by:

where  $\phi=0.0196$  (adimensional constant),  $g=9.81\text{m}/\text{seg}^2$  (acceleration due to gravity),  $w$  is the angular frequency (rad/sec),  $\theta$  is the



**Figura 1.** Nueve superficies marinas fueron unidas para incrementar la RSR en el sistema óptico.  
**Figure 1.** Nine sea surfaces were joined to increase the SNR in the optical system.



**Figura 2.** Espectro de potencia de Roll-Fischer para velocidad de viento de 5m/seg.  
**Figure 2.** Roll-Fischer power spectrum for a wind velocity of 5m/sec.

$\theta$  es la dirección del oleaje (rad),  $U$  es la velocidad del viento (m/seg),  $A^2(w,\theta)$  es la densidad espectral ( $m^2$  seg/rad).

direction of the waves (rad),  $U$  is the wind velocity (m/sec) and  $A^2(w,\theta)$  is the power spectral density ( $m^2$  sec/rad).

Las superficies marinas simuladas que se presentan en este trabajo, corresponden a mares totalmente desarrollados en aguas profundas.

The simulated sea surface presented in this work corresponds to fully developed seas in deep waters.

El espectro de potencia, ecuación (1) puede escribirse en función de las componentes del vector número de onda ( $K_x, K_y$ ). Las transformaciones son:

The power spectrum equation (1) can be written as a function of the wave number components ( $K_x, K_y$ ). The transformations are:

$$w = (gK)^{1/2} \quad , \quad K = (K_x^2 + K_y^2)^{1/2} \quad , \quad \theta = \text{Tan}^{-1}(K_y / K_x) \quad (2)$$

y el Jacobiano es:

and the Jacobian is:

$$J[(w, \theta) / (K_x, K_y)] = [(g)^{1/2} / 2] K^{-3/2} \quad (3)$$

Entonces el espectro es:

Then the spectrum becomes:

$$E_z(K_x, K_y) = J[(w, \theta) / (K_x, K_y)] A^2[w(K_x, K_y), \theta(K_x, K_y)]$$

o:

or:

$$E_z(K_x, K_y) = \frac{\phi g^{1/2} 2\pi^2}{(K_x^2 + K_y^2)^{7/4}} \text{Exp} \left[ -\frac{2g}{(K_x^2 + K_y^2)^{1/2} U^2} \right] \text{Cos}^2[\text{tan}^{-1}(K_y / K_x)] \quad (4)$$

Se ha considerado que el oleaje se propaga sólo en la dirección del viento, con el fin de simplificar las ecuaciones. Este modelo estocástico fue inicialmente desarrollado por Caruthers y Novarini (1971). En este trabajo, el modelo se ha ampliado a incluir áreas mucho mayores (113 veces más que el modelo inicial).

We have only considered waves propagating in the wind direction, simplifying the equations. This stochastic model was developed initially by Caruthers and Novarini (1971).

In our work, we amplified the model to include much larger areas (as much as 113 times bigger than in the initial model).

Los resultados numéricos de la simulación consisten en una matriz que contiene las elevaciones de la superficie en dm, relativas a un nivel medio.

The numerical results of the simulation consist of a matrix that shows the elevations in dm of the surface relative to a mean.

**b) Obtención de la imagen de la superficie del mar en película fotográfica**

Los resultados numéricos del modelo (amplitudes del oleaje) fueron expresados en densidad y utilizando un microdensitómetro en su forma de escritura estos valores fueron grabados en película fotográfica.

Se ha encontrado que la película Technical Pan 2415 de Kodak tiene alto contraste y gran resolución para el intervalo de densidad usado (1.95, 2.51). Ver Figura 3.

La parte más baja de la superficie simulada corresponde al valor mínimo de densidad, mientras que la parte más alta al valor máximo de densidad. Entre estos valores extremos se ha llevado a cabo una interpolación lineal, para obtener los valores intermedios de densidad. Esta simulación de la superficie marina no contempla como variable la intensidad de la luz solar reflejada, debido a que la aproximación es de primer orden. De esta manera, el asignar valores de densidad a diferentes amplitudes, constituye sólo una aproximación de la situación física real.

**TRANSFORMADA OPTICA DE FOURIER DE UNA IMAGEN FOTOGRAFICA**

Para obtener el módulo cuadrado de la transformada óptica de Fourier o espectro de potencia de la imagen del mar contenida en la transparencia, es necesario utilizar un sistema óptico coherente (Fig. 4). El sistema óptico incluye un láser He-Ne 1, filtro espacial 2, y una lente  $L_1$  de distancia focal  $f_3$ . La distancia entre el filtro espacial y la lente  $L_1$  es igual a  $f$ , iluminando con luz colimada el objeto, una apertura circular 4 determina el área a iluminar del objeto (transparencia), el cual está localizado en 5. La lente  $L_2$  6, situada en una distancia  $f$  (longitud focal de  $L_2$ ) del objeto, produce una transformada de Fourier exacta del objeto. La imagen del espectro de potencia se obtiene con cámara fotográfica y la medición con un fotomultiplicador, ambos colocados en 7.

La transformada de Fourier bidimensional (en el plano 7) de la transmitancia de amplitud compleja  $t_0(x_0, y_0)$  de la transparencia es dada por (Goodman, 1968)

**b) Obtaining the image of the sea surface on the photographic film**

The numerical results of the model (wave amplitudes) were expressed as density and using a microdensitometer in the writing mode these values were written on photographic film.

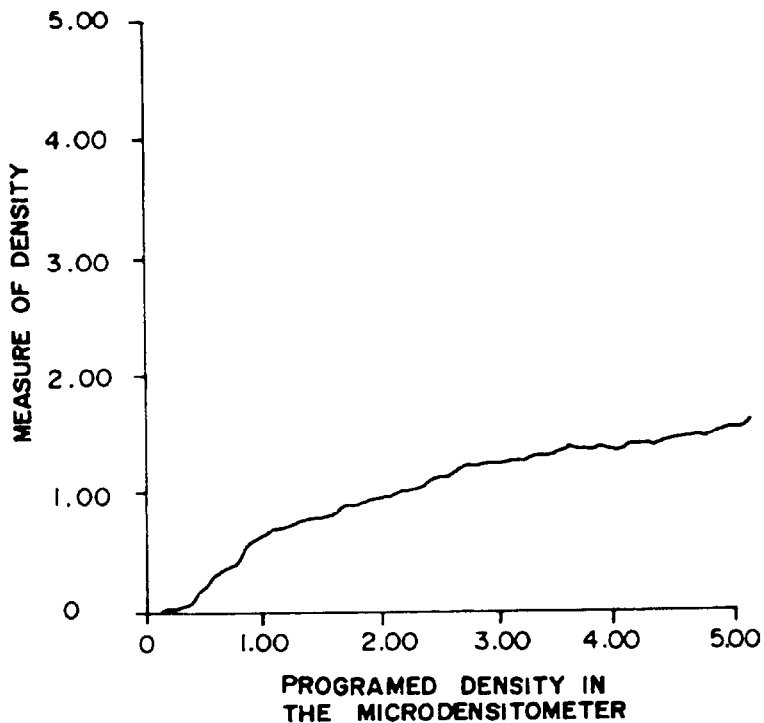
We found that Kodak Technical Pan film 2415 gives very high contrast and has high resolution for the range of density values used (1.95, 2.51). See Figure 3.

The lowest part of the wave (trough) corresponds to the minimum value of density, while the highest part (crest) corresponds to the maximum value of density and between these extremes a linear interpolation was used to get the intermediate values. This simulation of the sea surface does not make use of the intensity of reflected sunlight as variable, because our approximation is only of the first order. So the assignment of density values for different amplitudes constitutes only an approximation to the real physical situation.

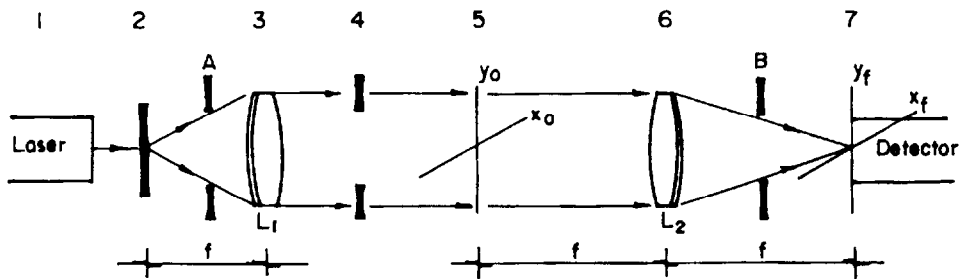
**OPTICAL FOURIER TRANSFORM OF THE PHOTOGRAPHIC IMAGE**

To get the squared modulus of the optical Fourier transform or power spectrum of the sea images contained in the transparency, it is necessary to use a coherent optical system (Fig. 4). The optical system includes a He-Ne laser 1, pinhole 2, and a lens  $L_1$  of focal distance  $f_3$ . The distance between the pinhole and the lens of  $L_1$  is equal to  $f$ , thus providing collimated illumination on the object. A circular aperture 4 determines the extent of the illuminated area on the object (transparency), which is placed at 5. The lens  $L_2$  6, placed at a distance  $f$  (focal length of  $L_2$ ) from the object, produces an exact Fourier transform of the object. The image of the power spectrum is obtained with a photographic camera and the measurement with a photomultiplier, both of them placed at 7.

The 2-D Fourier transform at plane 7 of the complex amplitude transmittance  $t_0(x_0, y_0)$  (of the transparency) is given by (Goodman, 1968)



**Figura 3.** Respuesta de la película Technical Pan 2415 de Kodak a los valores de densidad escritos con el microdensitómetro.  
**Figure 3.** Kodak Technical Pan 2415 film response to values of density written with the microdensitometer.



**Figura 4.** Sistema óptico coherente para obtener el espectro de potencia de las imágenes del mar contenidas en la transparencia.  
**Figure 4.** Coherent optical system for obtaining the power spectrum of the sea images contained in the transparency.

$$U_f(X_f, Y_f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_o(X_o, Y_o) \text{Exp} [(-2\pi j / \lambda f)(X_o X_f + Y_o Y_f)] dX_o dY_o \quad (5)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz (laser),  $f$  es la longitud focal de la lente transformadora  $L_2$ ,  $j$  es el número imaginario  $(-1)^{1/2}$  y  $U_f(x_f, y_f)$  es la amplitud compleja a un punto  $(x_f, y_f)$  en el plano de transformación,  $(x_o, y_o)$  son las coordenadas en el plano del objeto. En muchos casos lo que realmente interesa es la intensidad a través del plano focal  $(x_f, y_f)$ . Mediciones de la distribución de intensidad nos da conocimiento del espectro de potencia del objeto, la distribución de fase no tiene consecuencia en la medición. De ecuación (5) se obtiene:

where  $\lambda$  is the wavelength of the light involved,  $f$  is the focal length of the transform lens  $L_2$ ,  $j$  is the imaginary number  $(-1)^{1/2}$ , and  $U_f(x_f, y_f)$  is the complex amplitude at a point  $(x_f, y_f)$  in the transformation plane,  $(x_o, y_o)$  being coordinates on the object plane. In most cases it is the intensity across the focal plane  $(x_f, y_f)$  that is of real interest. Measurement of the intensity distribution yields knowledge of the power spectrum of the object, the phase distribution is of no consequence in such a measurement. From equation (5) we get:

$$I_f(X_f, Y_f) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t_o(X_o, Y_o) \text{Exp} [(-2\pi j / \lambda f)(X_o X_f + Y_o Y_f)] dX_o dY_o \right|^2 \quad (6)$$

## CORRELACION OPTICA DE DOS IMAGENES FOTOGRAFICAS

## OPTICAL CORRELATION OF TWO PHOTOGRAPHIC IMAGES

### a) Sistema óptico para la correlación

### a) Optical system for correlation

La similitud de dos funciones puede obtenerse mediante un análisis de correlación cruzada. Esta medida de similitud es apropiada para encontrar la estructura física que existe en ambas funciones.

The similitude of two functions can be obtained by performing a cross-correlation analysis. This measure of similitude is effective in finding out the physical structure existing in both functions.

La configuración de un correlacionador óptico coherente aparece en la Figura 5. La luz proveniente del láser es colimada e ilumina una sección de la transparencia 1. La lente transformadora 1 produce una distribución de amplitud en su plano focal (plano 2), la cual es la transformada de Fourier exacta de la transparencia 1. La lente transformadora 2 superpone la imagen de la transparencia 1 sobre la transparencia 2 con amplificación unitaria e invertida  $(-1)$ . La lente transformadora 3 produce la transformada de Fourier (en el plano 4) de la distribución de amplitud resultante de la iluminación de la transparencia 2 con la imagen de la transparencia 1. La señal de correlación aparece sobre el eje óptico, en el plano de Fourier de la lente transformadora 3, las otras distribuciones de luz son eliminadas por el diafragma enfrente del detector.

The basic optical configuration of a coherent image-to-image correlator is shown in Figure 5. Light coming from a laser is collimated and illuminates a section of transparency 1. The transform lens 1 produces an amplitude distribution at its back focal plane (plane 2), which is an exact Fourier transform of transparency 1. The transform lens 2 superimposes the image of transparency 1 on transparency 2 with unit inverted magnification  $(-1)$ . The transform lens 3 produces the Fourier transform (plane 4) of the amplitude distribution resulting from the illumination of transparency 2 with the image from transparency 1. The correlation signal appears on the optical axis, in the Fourier plane of transform lens 3, and the other light distributions are discriminated by the pinhole in front of the detector.



Se efectuaron correlaciones entre dos imágenes fotográficas que no son idénticas, correspondientes a dos superficies marinas simuladas con diferente semilla aleatoria, mediante la iluminación de un área circular de la transparencia 1 y recorriendo la transparencia 2.

**b) Descripción matemática del sistema óptico de correlación**

La operación de este sistema óptico (Fig. 5) puede ser descrito por las siguientes ecuaciones. Por simplicidad sólo se considerará una señal unidimensional, considerando la incidencia de ondas planas cuya amplitud constante sobre el plano del objeto  $T_1$  es  $A_0$ . La luz transmitida por el plano del objeto es entonces el producto  $A_0 f_1(x)$ , donde  $f_1(x)$  es la función de transmisión en el plano del objeto  $T_1$ . Por lo tanto la amplitud  $A$ , de la luz incidente en el plano donde se encuentra la segunda transparencia  $T_2$  es:

$$A = A_0 f_1(x) \tag{7}$$

Ahora, como para el caso del plano del objeto  $T_1$ , la luz transmitida por el plano del objeto  $T_2$  será el producto de la amplitud de la luz incidente  $A_0 f_1(x)$  y la función de transmisión  $f_2(x)$  del plano del objeto  $T_2$ . La expresión para la luz transmitida del plano del objeto  $T_2$  será  $[A_0 f_1(x)] [f_2(x)]$ . De esta última expresión es aparente que la luz presente más allá del plano del objeto  $T_2$  es la misma a que si la luz incidente original, de amplitud  $A_0$ , estuviera afectada por una función de transmisión dada por el producto de  $f_1(x)f_2(x)$ . Regresando al correlacionador mostrado en la Figura 5, la lente de transformación 3 está localizada a la longitud focal del plano del objeto  $T_2$  y por lo tanto produce la transformada de Fourier de la luz transmitida por el objeto  $T_2$ . La amplitud de la luz en el plano de salida (plano focal de la lente 3) es dada por la transformada de Fourier del producto  $A_0 f_1(x) f_2(x)$  o

$$\mathcal{F} \{ A_0 f_1(X) f_2(X) \} = A_0 \int_{x_1}^{x_2} f_1(X) f_2(X) e^{-iwx} dX \tag{8}$$

Correlations between two non-identical photographic images of two simulated sea surfaces with different random seed were performed by illuminating a circular area on transparency 1 and moving transparency 2.

**b) Mathematical description of the optical correlation system**

The operation of the system (Fig. 5) can be described by the following equations. For simplicity only one-dimensional signal was considered. We let the constant amplitude of the plane waves incident on the object plane  $T_1$  be given by  $A_0$ . The light transmitted by the object plane is then the product  $A_0 f_1(x)$ , where  $f_1(x)$  is the transmission function in the object plane  $T_1$ . Therefore the amplitude,  $A$ , of the incident light at the object plane  $T_2$  is given by:

Now as in the case of the object plane  $T_1$ , the light transmitted by the plane  $T_2$  will be the product of the incident light amplitude  $A_0 f_1(x)$  and the transmission function  $f_2(x)$  in the plane  $T_2$ . The expression for the transmitted light from the plane  $T_2$  then becomes  $[A_0 f_1(x)] [f_2(x)]$ . From this last expression it is apparent that the light present beyond the plane  $T_2$  is the same as that which would be present if the original light ( $A_0$ ) were incident on the transmission function given by the product of  $f_1(x)f_2(x)$ . Now returning to the correlator shown in Figure 5, lens 3 is located at a focal length from the plane  $T_2$  and therefore produces a Fourier transform of the light transmitted by the plane  $T_2$ . The amplitude in the output plane (back focal plane of lens 3) is then given by the Fourier transform of the product  $A_0 f_1(x) f_2(x)$  or

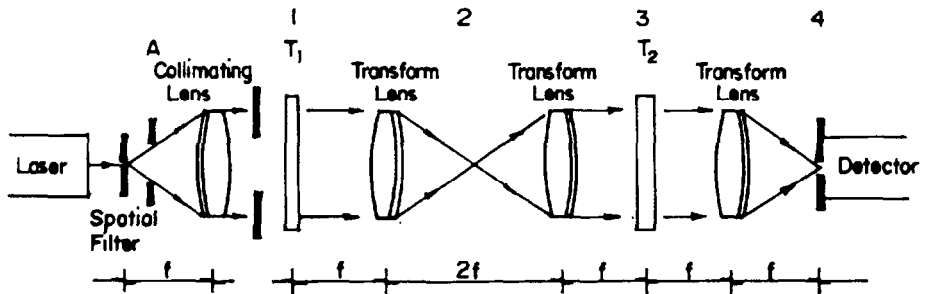


Figura 5. Sistema óptico coherente para obtener la correlación entre dos imágenes.  
 Figure 5. Coherent optical system for obtaining the correlation between two images.

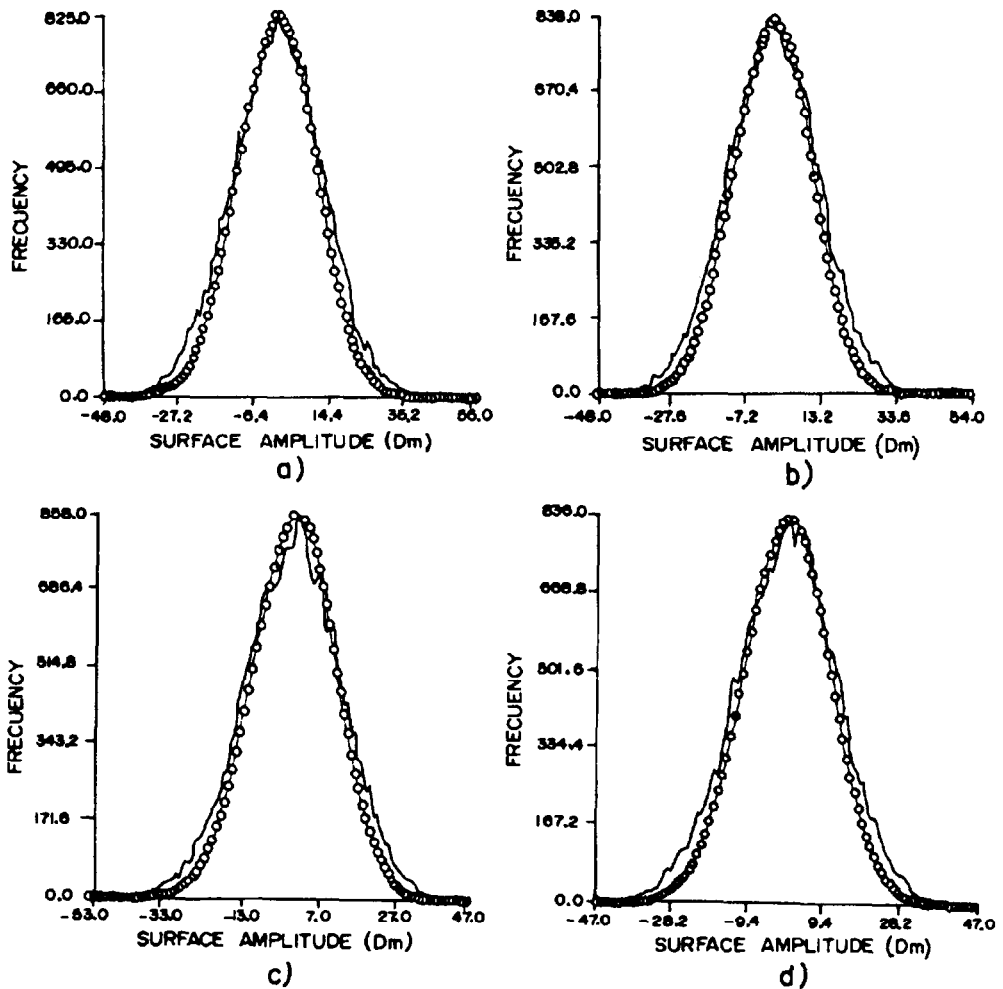


Figura 6. Distribución frecuencial para cada superficie marina generada.  
 Figure 6. Frequential distribution for each sea surface generated.

Reescribiendo la ecuación (8) se obtiene:

Rewriting equation (8) we get:

$$\mathcal{E} \{ A_0 f_2(X) f_1(X + \tau) \} = A_0 \int_{X_1}^{X_2} f_2(X) f_1(X + \tau) e^{-jwX} dX \quad (9)$$

La constante que antecede a la integral será considerada unitaria debido a que sólo representa un factor de escala con respecto a la intensidad. La exponencial en la ecuación (9) es igual a uno si  $w$  es igual a cero. De esto entonces resulta la función de correlación

The constant in front of the integral can be ignored because it only represents a scale factor with respect to intensity. The exponential in equation (9) can be set equal to one by setting  $w$  equal to zero. Dropping the constant factor and equating  $w$  to zero gives the correlation function

$$\mathcal{E} \{ f_2(X) f_1(X + \tau) \}_{w=0} = \int_{X_1}^{X_2} f_2(X) f_1(X + \tau) dX \quad (10)$$

El hecho de igualar  $w=0$  es equivalente a eliminar todos los términos en el plano de salida, excepto el término de orden cero, la ecuación anterior establece que el término espectral de orden cero en el plano de salida es la función de correlación de las funciones de transmisión en el objeto  $T_1$  y el  $T_2$  (Shulman, 1970).

Because setting  $w=0$  is equivalent to eliminating all output terms except the zero-order term, the above relation amounts to the statement that the zero-order spectral term in the output plane, where the photomultiplier is located, is the correlation function of the transmission functions in the object  $T_1$  and object  $T_2$  (Shulman, 1970).

## RESULTADOS

Se generaron cuatro superficies marinas. La característica de cada una de ellas es una matriz (208,160) que contiene números enteros los cuales representan amplitudes en dm,  $\alpha x=2.74m$ ,  $\alpha y=5.45m$ , área de  $497005.12m^2$ . Todas las superficies fueron generadas con velocidad del viento de 5m/seg.

Las amplitudes mínima y máxima entre las cuatro superficies marinas fueron -57dm y 56dm. Estos valores se utilizaron para fijar el intervalo de densidad (1.95, 2.51).

Se calculó la media, varianza, desviación estándar para cada superficie marina.

Se hizo una distribución frecuencial de amplitudes en cada superficie marina y se superpuso la distribución Normal o Gaussiana. Ver Figura 6.

Para cada superficie marina se calculó la altura promedio ( $\bar{H}$ ), altura signficante ( $H_{1/3}$ ) y altura un décimo ( $H_{1/10}$ ). Ver Tabla I.

## RESULTS

Four sea surfaces were generated. Their features were: matrix (208,160) containing integer numbers which represent amplitudes in dm,  $\alpha x=2.74m$ ,  $\alpha y=5.45m$ , area  $497005.12m^2$ . All surfaces were obtained for wind velocity of 5m/sec.

The minimum and maximum amplitudes between the four sea surfaces were -57dm and 56dm. These values were used to fix the density range (1.95, 2.51).

In order to obtain statistical parameters, average, variance and standard deviation were calculated for each generated marine surface.

A frequential distribution of amplitudes was made for each sea surface, and the Normal or Gaussian distribution was superimposed. See Figure 6.

We computed the following heights: average ( $\bar{H}$ ), third ( $H_{1/3}$ ) and tenth ( $H_{1/10}$ ) in each sea surface generated. See Table I.

**Tabla I.** Características del oleaje.  
**Table I.** Features of the waves.

Marine surface	$\pi$ (dm)	$H 1/3$ (dm)	$H 1/10$ (dm)
1	19.353	38.139	50.082
2	19.106	43.262	51.873
3	19.265	36.998	51.189
4	19.280	37.083	51.361

**Tabla II.** Longitud de onda del oleaje.  
**Table II.** Wavelength of the waves.

Period (sec)	Wavelength of the sea surface (m)	Wavelength in the film ( $\mu$ )
2.5	9.75	71.16
3.0	14.04	102.48
3.22	16.17	118.06
3.5	19.11	139.48
4.0	24.96	182.18

**Tabla III.** Localización de los números de onda en el plano de Fourier del sistema óptico.  
**Table III.** Localization of sea wave numbers on the Fourier plane of the optical system.

Period (sec)	Wave number ( $2\pi/\lambda$ )	$X_f$ Fourier plane ( $\mu$ )
2.5	0.6444	8892.1
3.0	0.4475	6174.7
3.22	0.3885	5359.8
3.5	0.3287	4536.5
4.0	0.2517	3473.3

El microdensitómetro recibió de la computadora los valores de densidad o tonos de gris correspondientes a cada elevación de la superficie marina, la cual se muestra en la Figura 1.

La Figura 7 muestra el espectro de potencia bidimensional, el cual se obtuvo con el sistema óptico de la Figura 4. La gráfica de intensidad a lo largo del eje  $x_f$  se muestra en la Figura 8, el intervalo marcado indica el mínimo y el máximo de los valores registrados, el punto indica el promedio.

Se utilizó la teoría lineal de primer orden, para calcular las longitudes de onda del oleaje en aguas profundas para períodos de 2.5 a 4 seg. La Tabla II muestra la longitud de onda en micras del oleaje presente en la película fotográfica.

Los números de onda correspondientes a los puntos en el plano de Fourier del sistema óptico utilizado, se obtuvieron mediante la relación  $x_f = \lambda f f_x$ . Ver Tabla III.

Fueron graficados para comparación el espectro teórico de Roll-Fischer y el espectro de potencia obtenido mediante el sistema óptico coherente. Ver Figura 9.

Las Figuras 10a y 10b muestran las autocorrelaciones ópticas, correlaciones cruzadas en el sentido estricto ya que las dos superficies marinas fueron generadas con diferente semilla aleatoria. El intervalo indica los valores mínimo y máximo registradas y el punto es el promedio. Las autocorrelaciones se hicieron en las direcciones paralela y perpendicular al viento, los valores que se registraron en un fotomultiplicador, fueron normalizados.

## DISCUSSION

Como se mencionó con anterioridad, las superficies marinas fueron generadas utilizando el espectro teórico de Roll-Fischer para velocidad de viento de 5m/seg. El intervalo de frecuencias de importancia en el espectro va de 0.4 a 0.25 ciclos/seg o en términos de períodos de 2.5 a 4 seg.

El resultado de calcular los parámetros estadísticos de las superficies marinas del

The microdensitometer received from the computer the density values or gray tones for each value of elevation in the marine surface that is shown in Figure 1.

Figure 7 shows the bidimensional power spectrum which was obtained in the optical system shown in Figure 4. The graph of intensity along the  $x_f$  axis is shown in Figure 8, the interval range is the minimum and maximum values registered, the point is the average.

The first-order linear theory was used to calculate the wavelengths of the deep water waves with periods from 2.5 to 4 sec. Table II shows the wavelength in microns of the waves present on the photographic film.

The wave numbers corresponding to the points in the Fourier plane of our optical system, obtained through the relation  $x_f = \lambda f f_x$  are listed in Table III.

The theoretical spectrum from the Roll-Fischer model and the power spectrum obtained with our coherent optical processor were plotted for comparison in Figure 9.

Figures 10a and 10b show the optical autocorrelations, cross-correlation in strict form because the two marine surfaces were generated with different random seed. The interval is the minimum and maximum values, and the point is the average. The autocorrelations were made parallel and perpendicular to the wind, and the values obtained with a photomultiplier were normalized.

## DISCUSSION

As mentioned before, the marine surfaces were generated using the Roll-Fischer theoretical spectrum and for a wind velocity of 5m/sec. The frequency range of importance in the spectrum goes from 0.4 to 0.25 cycles/sec or, in terms of periods, from 2.5 to 4 sec.

The result of calculating the statistical parameters in the sea surfaces, the waves and the frequential distribution of amplitudes give us the idea that the random seed used in the generation of the sea surfaces does not have influence because the parameters in each

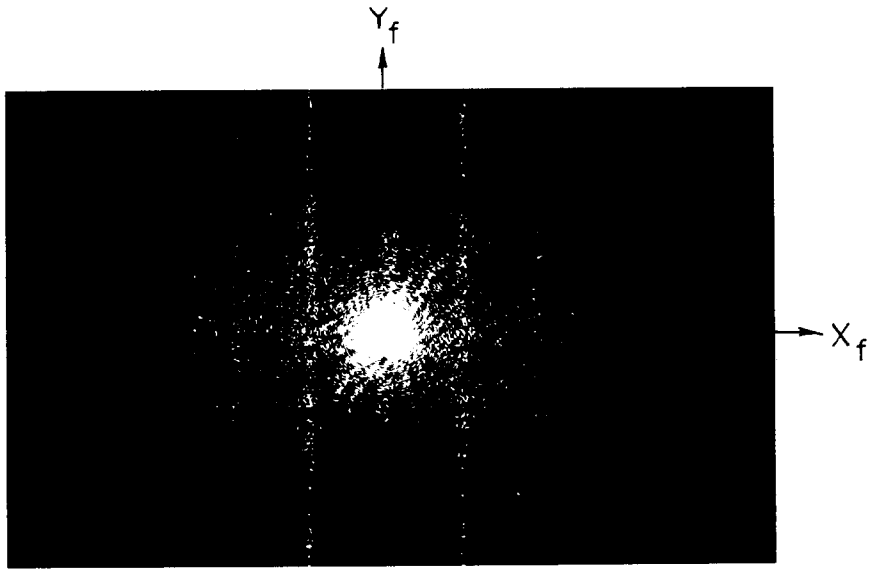


Figura 7. Espectro de potencia de la imagen simulada de la superficie marina (Fig. 1).  
Figure 7. Power spectrum of the simulated sea surface (Fig. 1).

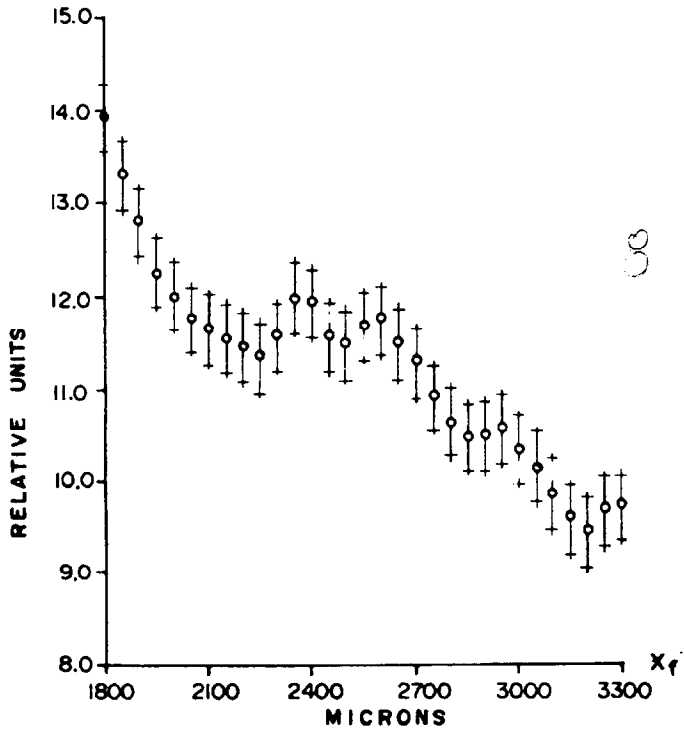


Figura 8. Resultado de la medición del espectro de potencia (Fig. 7).  
Figure 8. Result of the measurement of the power spectrum (Fig. 7).

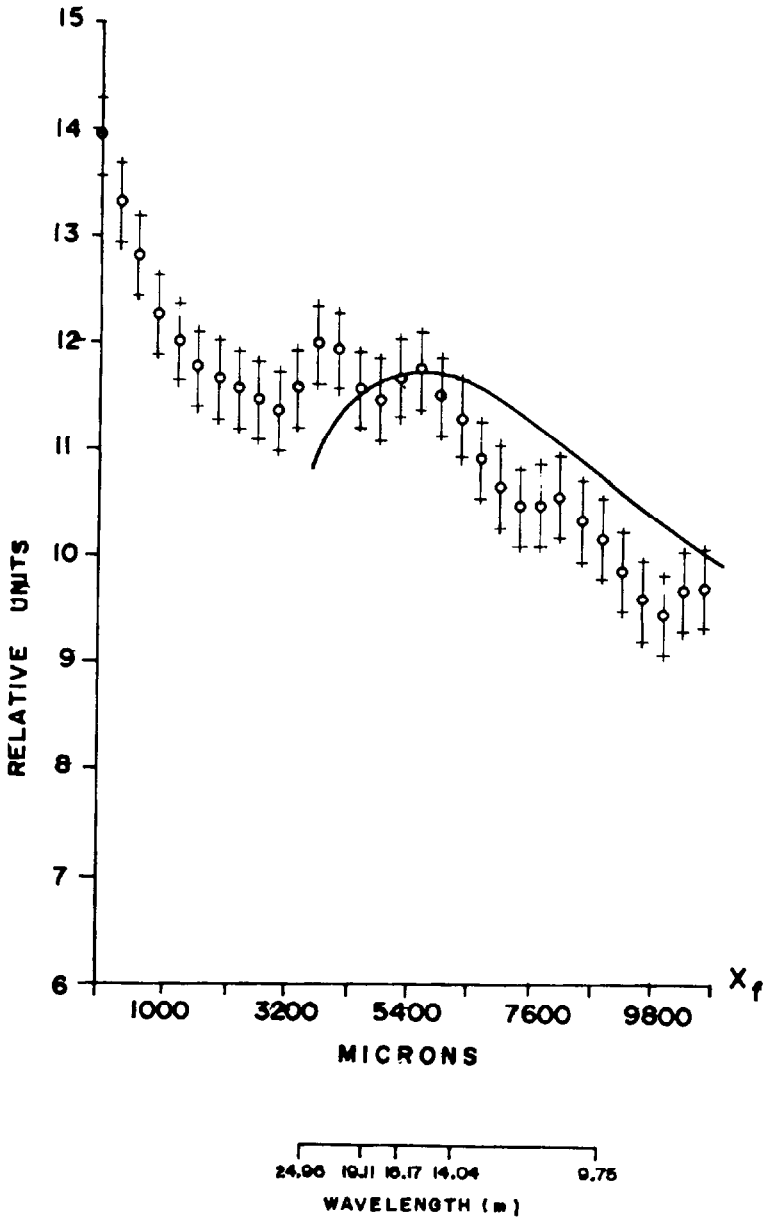


Figura 9. Comparación entre el espectro de potencia obtenido experimentalmente y el teórico de Roll-Fischer (línea continua).

Figure 9. Comparison between the power spectrum obtained experimentally and the theoretical Roll-Fischer power spectrum (continuous line).

oleaje y la distribución frecuencial de amplitudes, nos indican que no existe influencia en la semilla aleatoria utilizada en la generación de las superficies marinas. Esto se debe a que los parámetros estadísticos son análogos para cada superficie marina y la distribución frecuencial de amplitudes es cuasi-normal.

Se ha grabado en forma unida nueve veces la misma superficie marina, con el fin de incrementar la razón señal/ruido (RSR) en el sistema óptico.

En la Figura 1 se puede observar que el oleaje y el viento tienen la misma dirección (en el eje  $x$ ). Sin embargo, la imagen no quedó bien grabada en la película fotográfica, debido al ruido introducido por presentarse una falla mecánica en el microdensitómetro. Es por esta razón que la fotografía obtenida del espectro de potencia presenta dos franjas perpendiculares al eje  $x_f$ ; éstas se observan en la Figura 7. Estas franjas pueden dar la idea de tratarse de energía. Esto es falso porque la mayoría de la energía está distribuida a lo largo del eje  $x_f$ . Alvarez-Borrego y Machado en 1985 y Villarreal en 1987 utilizaron los espectros de Pierson-Neumann y Pierson-Moskowitz respectivamente en las superficies simuladas; las franjas en los espectros nunca aparecieron como en este caso, debido a que ellos no tuvieron problemas con el microdensitómetro.

El intervalo de densidad utilizado no fue el óptimo. Aunque éste fue pequeño, queda dentro de la respuesta lineal de la película fotográfica utilizada. Ver Figura 3. Las diferencias entre los valores mínimo y máximo de las elevaciones de la superficie marina son grandes, así que el intervalo de densidad debió haber sido mayor. Esta es la razón por la cual el espectro de potencia (Fig. 7) no aparece muy claro. El microdensitómetro puede recibir intervalos de densidad de 0.0 a 5.11.

El espectro de potencia obtenido en el sistema óptico es de importancia debido a que contiene información del número de onda y la dirección del oleaje con respecto a un sistema de referencia dado. La intensidad en función del número de onda (Fig. 8), la cual es medida en el plano de Fourier con el fotomultiplicador, es proporcional a la energía asignada al oleaje de la superficie marina simulada. La

surface are analogous and the frequencial distribution of amplitudes is quasi-normal.

We joined nine times the same marine surface in order to increase the signal/noise reason (SNR) in the optical system.

In Figure 1 we can observe that the waves and the wind directions are the same in the  $x$  axis. However, the image was not well recorded on the film because the microdensitometer introduced noise due to mechanical failures. Therefore, the photographic image obtained from the power spectrum has two perpendicular fringes to the  $x_f$  axis. They are shown in Figure 7. These fringes give us the idea that they are energy. That is false because the major energy is distributed along the  $x_f$  axis. Alvarez-Borrego and Machado in 1985 and Villarreal in 1987 used the Pierson-Neumann and Pierson-Moskowitz spectrums respectively in the simulated sea surfaces and the fringes never appeared as in this case because they did not have problems with the microdensitometer.

The density range was not the best. Although it was small, it was in the linear response of the film used. See Figure 3. The minimum and maximum values of elevation were big, so the density range should have been bigger. This is the reason why the power spectrum (Fig. 7) does not appear very clear. The microdensitometer can receive a density range from 0.0 to 5.11.

The power spectrum obtained in our optical system is of considerable value because it contains information about the wave number and about the direction of the waves with respect to the given reference system. The intensity, as a function of wave number (Fig. 8), measured in the Fourier plane by the photomultiplier is proportional to the energy assigned to the waves in the simulated marine surface. The location or position in the Fourier plane of the frequencies contained in the spectrum corresponds to the information contained in the simulation (Alvarez-Borrego and Machado, 1985).

One of the conditions of the theoretical model is the nonexistence of swell which does not follow the wind direction. This can be observed easily in Figure 7.



localización o posición de las frecuencias en el plano de Fourier, contenidas en el espectro, corresponden a la información contenida en la simulación (Alvarez-Borrego y Machado, 1985).

Una de las consideraciones del modelo teórico es que no existan ondas de leva que no sigan la dirección del viento. Esto se observa fácilmente en la Figura 7.

Las mediciones del espectro de potencia (intensidad de la luz) se hicieron únicamente en uno de los lóbulos del espectro y a lo largo del eje  $x_f$  debido a que este eje corresponde a la dirección principal del oleaje y la mayor parte de la energía se encuentra distribuida allí. Al comparar el espectro teórico de Roll-Fischer con el obtenido ópticamente, se observa atenuación de altas frecuencias (Fig. 9). Esto puede ser causado posiblemente por los siguientes factores: en este caso el microdensitómetro y la asignación de los valores de densidad para las amplitudes.

Al analizar las gráficas de la autocorrelación (Figs. 10a y 10b) se observa mayor disminución de los valores de la autocorrelación en la dirección del viento, en comparación con la autocorrelación en la dirección perpendicular al viento. Este hecho coincide con los resultados numéricos obtenidos por Bruno y Novarini en 1976. Esto da confianza en la utilización del método óptico de correlación.

## CONCLUSIONES

El cálculo de los parámetros estadísticos, la distribución de elevaciones y la estadística del oleaje obtenida de las superficies marinas nos llevan a inferir que el modelo numérico con el que se generan es confiable, ya que todos estos resultados son satisfactorios.

Debido principalmente a la mala grabación de los valores de densidad de los mares, por parte del microdensitómetro, la fotografía del espectro de potencia presenta dos franjas anchas perpendiculares al eje  $x_f$ .

La atenuación de energía en las altas frecuencias del espectro obtenido ópticamente al compararlo con el teórico de Roll-Fischer

Measurements of the spectrum were made only in one lobe along the  $x_f$  axis because this axis corresponds to the main direction of the waves and most of the energy is contained here. Attenuation of the high frequencies is observed in the optical power spectrum of the simulated surface when compared with the Roll-Fischer theoretical spectrum (Fig. 9). This can possibly be caused by the following factors: the microdensitometer in this case and the designation of the density values for each wave amplitude.

By analyzing the autocorrelation graphs (Figs. 10a and 10b), a big decline is observed in the autocorrelation values in the wind direction in comparison with the autocorrelation values in the perpendicular direction. This result coincides with the numerical results obtained by Bruno and Novarini (1976). This gives confidence in the use of the optical correlation method.

## CONCLUSIONS

The statistical parameters, the amplitude distributions and the statistics of the waves are very comparable results. We can infer that the numerical model used to generate the marine surfaces is reliable.

The photographic image obtained from the power spectrum has two perpendicular fringes to the axis. It is due to the microdensitometer.

Energy attenuation of the high frequencies is observed in the optical power spectrum of the simulated sea surface when compared with the Roll-Fischer theoretical spectrum. This result was also obtained by Alvarez-Borrego in 1987, therefore, this experiment must be carried out with more control in the measurements, in order to compare the resolution.

The optical autocorrelation in a direction perpendicular to the wind is larger than in the parallel direction. This result coincides with the numerical results obtained by Bruno and Novarini (1976). This gives confidence in the use of the optical correlation method, allowing us to extend it later to the analysis of aerial pictures of the sea surface.

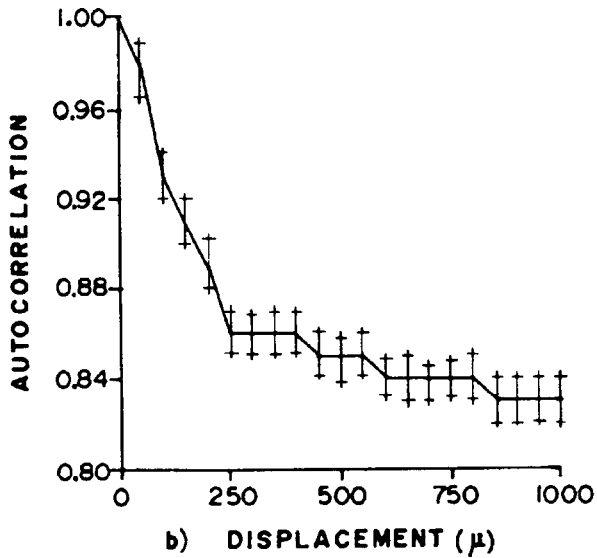
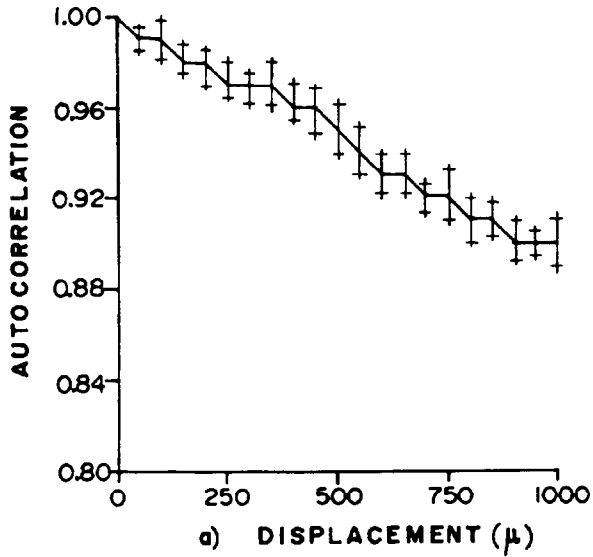


Figura 10. Autocorrelaciones: a) perpendicular a la dirección del viento; b) paralela a la dirección del viento.

Figure 10. Autocorrelations: a) perpendicular to the wind direction; b) parallel to the wind direction.

también le ocurrió a Alvarez-Borrego en 1987, entonces hay que ver la posibilidad de llevar a cabo el experimento con más control aún en las mediciones, para comparar la resolución.

La autocorrelación en dirección perpendicular al viento es mayor que en la dirección paralela. Este resultado concuerda con la autocorrelación numérica obtenida por Bruno y Novarini (1976). Lo cual indica que el correlacionador óptico utilizado es confiable, de esta manera se podría usar para fotografías reales de la superficie del mar.

Un experimento importante sería tomar una fotografía real de la superficie marina, en la cual está presente la luz reflejada por las pendientes del oleaje y llevar a cabo un análisis óptico para comparar resultados con la oceanografía clásica.

#### AGRADECIMIENTOS

Agradecemos sinceramente a René Pinet por sus valiosos comentarios con respecto a este trabajo.

Una versión más larga de este trabajo fue presentado por Héctor Valenzuela como una tesis de licenciatura en la Facultad de Ciencias Marinas, UABC. Esto representa un segmento de un proyecto por el Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE). Esta investigación fue parcialmente apoyada en lo económico por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) de México, a través del proyecto PCCNCNA-050000.

#### LITERATURA CITADA

Alvarez Borrego, J. (1987). Optical analysis of two simulated images of the sea surface. *Advances in image processing*. SPIE, Vol. 804.

Alvarez Borrego, J. and Machado, M.A. (1985). Optical analysis of a simulated image of the sea surface. *Applied Optics*, 24(7).

Barber, N.E. (1954). Finding the direction of travel of sea waves. *Nature*, London, 154: 1048.

An important experiment would be to take real pictures of the sea surface, where the sunlight reflected by the slopes of the waves is present, and to make an analysis for comparison with the classic oceanography.

#### ACKNOWLEDGMENTS

We wish to thank René Pinet for his comments on this work.

A more complete version of this work was presented by Héctor Valenzuela as his thesis at the Facultad de Ciencias Marinas, UABC. This work is part of a project at the Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE). This research was partially financed by the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) of Mexico, project No. PCCNCNA-050000.

English translation by the author.

---

Bruno, D. y Novarini, J. (1976). Análisis comparativo de superficies modeladas numéricamente con distintos espectros de potencia. República Argentina, Servicio de Hidrografía Naval.

Caruthers, J.W. and Novarini, J.C. (1971). Numerical modeling of randomly rough surfaces with application to sea surfaces. Texas A. and M. Research Foundation, Reference 71-13-T.

Goodman, W.J. (1968). *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill Inc., USA.

Shulman, A.R. (1970). *Optical Data Processing*. John Wiley and Sons, Inc.

Sugimori, Y. (1975). A study of the application of the holographic method to the determination of the directional spectrum of ocean waves. *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*, 22(5): 339-350.

Villarreal, B.J. (1987). Análisis óptico de una imagen simulada de la superficie marina con el espectro teórico de Pierson-Moskowitz. Tesis de Licenciatura, U.A.N.L.