

APLICACIÓN DE UN MODELO HIDRODINÁMICO EN UNA ZONA COSTERA

APPLICATION OF A HYDRODYNAMIC MODEL TO A COASTAL ZONE

J. Rodolfo Rendón-Villalobos*
Francisco Vicente-Vidal
Víctor M. Vicente-Vidal

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada
Grupo de Estudios Oceanográficos
Instituto Politécnico Nacional
Av. Reforma No. 113, Col. Palmira
Temixco, CP 62490, Cuernavaca, Morelos, México
* E-mail: rendon@iie.org.mx

Recibido en junio de 1998; aceptado en mayo de 1999

RESUMEN

Este estudio describe los resultados de la simulación numérica del comportamiento hidrodinámico de la descarga al mar del agua de enfriamiento de la Central de Potencia Tuxpan, bajo dos distintas condiciones ambientales meteorológicas y oceanográficas: caso I, viento variable de dirección del suroeste con intensidad promedio de 3 m s^{-1} , y caso II, viento variable del noroeste con intensidad promedio de 11.1 m s^{-1} . Las simulaciones numéricas se realizaron mediante un modelo hidrodinámico tridimensional de circulación costera y difusión y dispersión de calor. El efecto del viento proveniente del sector sur genera un patrón de circulación superficial de flujo norte que aleja de la obra de toma el agua caliente descargada. En contraste, el viento que proviene del sector norte genera corrientes superficiales de flujo sur que impulsa el efluente hidrotérmico hacia la obra de toma. Las comparaciones entre los resultados de las simulaciones numéricas y los datos de campo indican que el modelo simula correctamente los patrones de difusión y dispersión superficial de los efluentes medidos del 18 al 21 de agosto de 1992 (caso I) y del 24 al 27 de noviembre de 1992 (caso II). La precisión promedio con la cual el modelo predice las áreas de impacto de los efluentes descargados es de $\pm 11\%$. Para todos los casos analizados, el tamaño real del área de impacto térmico que podría alterar substancialmente el ecosistema marino no fue mayor que 100 m^2 . Los posibles efectos ecológicos que podrían resultar como consecuencia de los gradientes térmicos inducidos por la descarga superficial de agua caliente sólo podrían ser considerados de significancia local. Los perfiles verticales de temperatura simulados indican que el efluente se comporta como un cuerpo natátil que no rebasa los 3.5 m de profundidad.

Palabras clave: modelo hidrodinámico, difusión y dispersión de calor, descarga hidrotermal.

ABSTRACT

This study describes the results of a numerical simulation of the hydrodynamic behavior of cooling water discharged into the sea from the Tuxpan Power Plant under two different meteorological and oceanographic conditions: case I, southwesterly variable winds with an average velocity of 3 m s^{-1} and

case II, northwesterly variable winds with an average velocity of 11.1 m s^{-1} . The numerical simulations were made using a three-dimensional hydrodynamic model of coastal circulation and heat exchange. The southerly winds induce a sea surface circulation towards the north, which moves the discharged warm water away from the intake. The northerly winds, however, drive the hydrothermal effluent towards the intake. Comparisons between the numerical simulation results and field data show that the model correctly predicts the surface diffusion and dispersion of the hydrothermal effluents measured August 18 to 21, 1992 (case I) and November 24 to 27, 1992 (case II). The model predicts the extent of the areas impacted with cooling water with a precision of $\pm 11\%$. For all the cases analyzed, the real size of the impacted areas that might have adverse effects on the marine ecosystems was not greater than 100 m^2 . Thus, these possible adverse effects are considered to be of local significance only. The simulated vertical profiles of temperature show that the discharged cooling water remains mostly on the surface of the receiving water mass and reaches a maximum depth of 3.5 m.

Key words: hydrodynamic model, heat diffusion and dispersion, hydrothermal discharge.

INTRODUCCIÓN

Las áreas costeras son escogidas para el emplazamiento de innumerables industrias, tales como petroquímicas y centrales de potencia eléctrica tanto termoeléctricas como nucleares. Las centrales termoeléctricas utilizan agua de mar para el proceso de enfriamiento de sus condensadores (Vidal y Vidal, 1985; Lo y Esen, 1987; Washburn *et al.*, 1989; List *et al.*, 1990; Suresh *et al.*, 1993), y la descargan al océano mediante canales abiertos o emisores submarinos.

Los efluentes hidrotérmicos descargados al mar son casi siempre directa o indirectamente producto de la generación de energía y, normalmente, se introducen como flujos superficiales de baja turbulencia y velocidad, o como flujos subsuperficiales turbulentos (número de Reynolds de 30,000–150,000). Los efluentes del agua de enfriamiento provenientes de centrales de potencia costaneras representan substancialmente flujos de agua con una temperatura de $8\text{--}12^\circ\text{C}$ por arriba de la temperatura ambiente del agua de mar (Barnett, 1972; Vasseur *et al.*, 1980; GESAMP, 1984; Bamber, 1990; Langford, 1990; Subramanian *et al.*, 1990). El cambio de temperatura afecta tanto las propiedades físicas como químicas del agua de mar; cambia su densidad, la presión de vapor, la viscosidad, la tensión superficial, la solubilidad de los gases y la cinética de las distintas reacciones químicas (Miller y Brighthouse, 1984).

INTRODUCTION

Coastal areas are choice sites for many industries, including petrochemical and power plants, such as thermoelectric and nuclear. Thermoelectric plants use sea water to cool the condensers (Vidal and Vidal, 1985; Lo and Esen, 1987; Washburn *et al.*, 1989; List *et al.*, 1990; Suresh *et al.*, 1993), which is then discharged into the ocean through open channels or submarine emitters.

The hydrothermal effluents discharged into the ocean are almost always produced, either directly or indirectly, by the generation of energy and are normally introduced as surface flows of low turbulence and velocity, or as turbulent subsurface flows (Reynolds number of 30,000–150,000). The effluents in the cooling water from coastal power plants essentially represent water flows with temperatures $8\text{--}12^\circ\text{C}$ above the ambient sea water temperature (Barnett, 1972; Vasseur *et al.*, 1980; GESAMP, 1984; Bamber, 1990; Langford, 1990; Subramanian *et al.*, 1990). The change in temperature affects both the physical and chemical properties of the sea water, i.e., density, vapor pressure, viscosity, surface tension, gas solubility and kinetics of the different chemical reactions (Miller and Brighthouse, 1984).

When a heated effluent is discharged into a colder coastal body of either fresh or salt water, a buoyant plume is created with a low relative

Cuando un efluente de agua caliente es descargado a un cuerpo de agua costero más frío, sea éste de agua dulce o salada, se crea una pluma sobrenatante cuya baja densidad relativa se vuelve determinante por los posibles efectos que su dispersión pueda generar en el medio costero (Waldrop y Farmer, 1974). La reducción de densidad, ocasionada por un incremento térmico, tiene un efecto marcado sobre la hidrodinámica de las descargas del agua de enfriamiento. De particular importancia es la supresión de la turbulencia debido al predominio de las fuerzas de flotabilidad y la consecuente estratificación del cuerpo de agua receptor. La inercia inicial de la descarga térmica ocasiona una mezcla turbulenta en el cuerpo de agua receptor. Dependiendo de la velocidad y modo de descarga, circulación oceánica, vientos, etc., el efluente se desplazará alejándose de la costa y su velocidad disminuirá, y las diferencias de densidad suprimirán la turbulencia vertical, permitiendo la estratificación de las masas de agua (Benedict *et al.*, 1974; Fischer *et al.*, 1979; Miller y Brighthouse, 1984).

En descargas hidrotérmicas superficiales la transferencia de calor de la pluma a la atmósfera es considerablemente menor que la transferencia de calor de la pluma al cuerpo de agua receptor, lo que provoca que ésta pueda viajar grandes distancias antes de mezclarse totalmente (Chieh y ASCE, 1987).

El conocimiento cuantitativo de la capacidad de las aguas costeras para recibir y diluir cualquier material que pueda ser dañino en altas concentraciones nos permite contar con una base científica para poder no sólo llevar a cabo evaluaciones de lugares apropiados para emplazamientos de centrales de potencia, sino también para poder establecer niveles de descarga de los efluentes hidrotérmicos al medio marino costero, así como para estimar los efectos acumulativos e individuales sobre bahías y estuarios. Para poder llevar a cabo este tipo de evaluación, es necesario determinar dos propiedades físicas principales del movimiento de las aguas costeras; éstas son: (1) la dirección e intensidad predominante de la circulación costera y (2) la capacidad difusiva y

density that determines the possible effects that its dispersion may have on the coastal environment (Waldrop and Farmer, 1974). The reduction in density as a result of the thermal increase has a marked effect on the hydrodynamics of cooling water discharges. Suppressed turbulence is of particular importance, due to the predominance of buoyancy forces and the resulting stratification of the receiving water mass. The initial inertia of the thermal discharge causes a turbulent mixing in the receiving water mass. Depending on the velocity and mode of discharge, oceanic circulation, winds, etc., the effluent will be displaced offshore, its velocity will decrease and the differences in density will suppress the vertical turbulence, resulting in the stratification of the water masses (Benedict *et al.*, 1974; Fischer *et al.*, 1979; Miller and Brighthouse, 1984).

In surface hydrothermal discharges, the transfer of heat from the plume to the atmosphere is considerably lower than the transfer of heat from the plume to the receiving water mass, which allows it to travel great distances before it completely mixes (Chieh and ASCE, 1987).

The quantitative knowledge of how coastal waters receive and dilute any matter that may be harmful at high concentrations provides a scientific framework that can be used to determine areas appropriate for power plants, as well as establish discharge levels of hydrothermal effluents into the coastal marine environment and estimate their accumulative and individual effects on bays and estuaries. In order to carry out this type of evaluation, two principal physical properties of the coastal water movement must be determined: (1) the predominant direction and intensity of the coastal circulation and (2) the diffusive and dispersive capacity of the currents and the turbulence associated with them (List *et al.*, 1990).

During the 1970s, mathematical models were developed to predict the behavior of hydrothermal discharges from power plants into the sea (Harleman *et al.*, 1978). The integral models were the first to be developed in order to try to understand these phenomena. In general, they provide detailed descriptions of the flow and temperature

dispersiva de las corrientes y la turbulencia asociada con éstas (List *et al.*, 1990).

Durante la década de los setenta se inició el desarrollo de modelos matemáticos para predecir el comportamiento de las descargas hidrotermicas al mar provenientes de centrales de potencia (Harleman *et al.*, 1978). Los modelos integrales fueron los primeros que se desarrollaron para tratar de entender estos fenómenos y, en general, los modelos integrales nos permiten la caracterización detallada de los flujos y campos de temperatura en aras de una más rápida y eficiente caracterización macroscópica de la hidrodinámica, sin perder mayor precisión y exactitud (Dunn *et al.*, 1975).

En comparación con los modelos integrales, los diferenciales numéricos representan matemáticamente la totalidad de los fenómenos hidrodinámicos de interés, sin hacer simplificación alguna dentro del alcance del conocimiento actual de su naturaleza; por tanto, estos modelos son una herramienta matemática más poderosa aunque bastante más compleja, costosa y difícil de utilizar (Paul y Lick, 1973a, b; Benedict *et al.*, 1974; Dunn *et al.*, 1975; Policastro y Dunn, 1978; Fischer *et al.*, 1979; Kullenberg, 1982; Miller y Brighouse, 1984; Vidal y Vidal, 1985; Langford, 1990).

Los objetivos de este estudio han sido: (1) modelar la difusión y dispersión del calor contenido en la descarga hidrotermal de la Central de Potencia Tuxpan (CPT), utilizando el modelo hidrodinámico tridimensional de Paul y Lick (1973a, b); (2) medir el área de influencia de la descarga hidrotermal de la CPT bajo diferentes condiciones ambientales; (3) verificar las modelaciones y pronósticos del comportamiento dispersivo de la descarga hidrotermal de la CPT utilizando datos de campo.

Descripción del área de estudio

La CPT se localiza en el área conocida como Sitio Tuxpan (ST), la cual se encuentra delimitada por los paralelos 20°58' y 21°05' de latitud Norte y los meridianos 97°18' y 97°25' de longitud Oeste,

fields, which lead to a quicker and more efficient macroscopic characterization of the hydrodynamics, without forfeiting precision and accuracy (Dunn *et al.*, 1975).

Compared to the integral models, numerical differences mathematically represent all hydrodynamic phenomena, without any simplifications in the current knowledge of their nature. These models are very powerful mathematical tools, but they are more complex, costly, and difficult to use (Paul and Lick, 1973a, b; Benedict *et al.*, 1974; Dunn *et al.*, 1975; Policastro and Dunn, 1978; Fischer *et al.*, 1979; Kullenberg, 1982; Miller and Brighouse, 1984; Vidal and Vidal, 1985; Langford, 1990).

The objectives of this study were: (1) to model the heat exchange in the hydrothermal discharge from the Tuxpan Power Plant (TPP), using the three-dimensional hydrodynamic model of Paul and Lick (1973a, b); (2) measure the area of impact of the TPP hydrothermal discharge under different environmental conditions; (3) verify the modelings and predictions of the dispersive behavior of the TPP hydrothermal discharge with field data.

Description of the study area

TPP is located within an area known as Sitio Tuxpan (ST), between 28°58' and 21°05'N and 97°18' and 97°25'W, on the west coast of the Gulf of Mexico (fig. 1). TPP is a thermoelectric plant with two, separate power generators. The combined electricity generated from both units is 750 MW, which implies a cooling budget above $30 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ when they operate at full capacity. The water needed is sucked through an intake located approximately 100 m from the coast. The effluent discharged travels through an open channel and mixes with the sea at a distance of 830 m from the discharge point. The sea surface temperature varies from 27°C to 33°C during summer. In winter, the minimum temperature is 18°C and the maximum, 22°C. The ambient temperature is around 33.5°C in July, August and September, and 7°C in winter (Ruiz, 1993).

en la costa oeste del Golfo de México (fig. 1). La CPT es una central termoeléctrica que cuenta con dos unidades generadoras de energía, separadas. La generación eléctrica combinada de las dos unidades es de 750 MW, lo que implica un gasto de enfriamiento por arriba de $30 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ cuando opera a su máxima capacidad. El agua requerida es succionada a través de la obra de toma localizada aproximadamente 100 m de la costa. El efluente descargado viaja en un canal abierto y se mezcla con el mar a una distancia de 830 m del punto de descarga. La temperatura superficial del agua de mar oscila entre 27°C y 33°C durante el verano. La temperatura mínima es de 18°C durante el invierno y la máxima es de 22°C . La temperatura ambiente oscila alrededor de 33.5°C en los meses de julio, agosto y septiembre, y de 7°C en invierno (Ruiz, 1993).

El comportamiento de la altura periodo y dirección del oleaje, en el bimestre de julio a agosto de 1992, muestra que para ambos meses predominaron periodos medios de 5 segundos, con máximos inferiores a 7 segundos. La altura máxima del bimestre fue de 0.82 m, registrada el día 4 de julio. El valor medio mensual fue de 0.42 m. En cuanto a la dirección de incidencia, predominó el oleaje del E seguido por el del SE. Para el bimestre de noviembre a diciembre de 1992 predominaron los periodos medios de 6 segundos, con máximos de 8 segundos. Con respecto a las alturas, la máxima se registró en el mes de noviembre (día 26) con un valor de 2.23 m. La altura media en este bimestre fue de 0.72 m. En cuanto a la dirección de incidencia, predominó el oleaje del NE, seguido por el del E y SE (CFE, 1992c, d).

MATERIAL Y MÉTODOS

Datos de campo (temperatura, batimetría y viento)

Se midió la temperatura superficial utilizando ocho termógrafos marca Kahlsico cuya precisión es de $\pm 0.5^\circ\text{C}$. Cuatro termógrafos se instalaron

From July to August 1992, the periodic height and direction of the waves had mean periods of 5 seconds and maximums under 7 seconds. The maximum height recorded for these two months was 0.82 m, on 4 July. The mean monthly value was 0.42 m. The predominant direction of incidence of the waves was easterly, followed by southeasterly. From November to December 1992, mean periods of 6 seconds dominated, with maximums of 8 seconds. The maximum height was recorded on 26 November with a value of 2.23 m. The mean height in these two months was 0.72 m. The predominant direction of incidence was northeasterly, followed by easterly and southeasterly (CFE, 1992c, d).

MATERIAL AND METHODS

Field data (temperature, bathymetry and wind)

Surface temperature was measured with eight Kahlsico thermographs with a precision of $\pm 0.5^\circ\text{C}$. Four thermographs were placed approximately 30 m off the discharge point, another was installed at the intake and the remaining three were placed between the discharge point and the intake (CFE, 1992a). The geographic position of each thermograph was determined with theodolites placed on the coast at previously identified geographic points. The surface temperature field and bathymetry off ST, including the area of impact by the TPP hydrothermal discharge, were measured on two occasions, August 1992 and November 1992. The bathymetric measurements were made with a Raytheon echo sounder, model DE-719C, with a precision of $\pm 2.54 \text{ cm}$. The depth data were corrected for tide waves, in such a manner that the entire data base referred to the mean sea level (CFE, 1992b).

The wind (directions and magnitudes) characteristic of ST was described by Zambrano *et al.* (1993), with hourly records that correspond from January 1981 to December 1983. The time series used to conduct the simulations consists of hourly

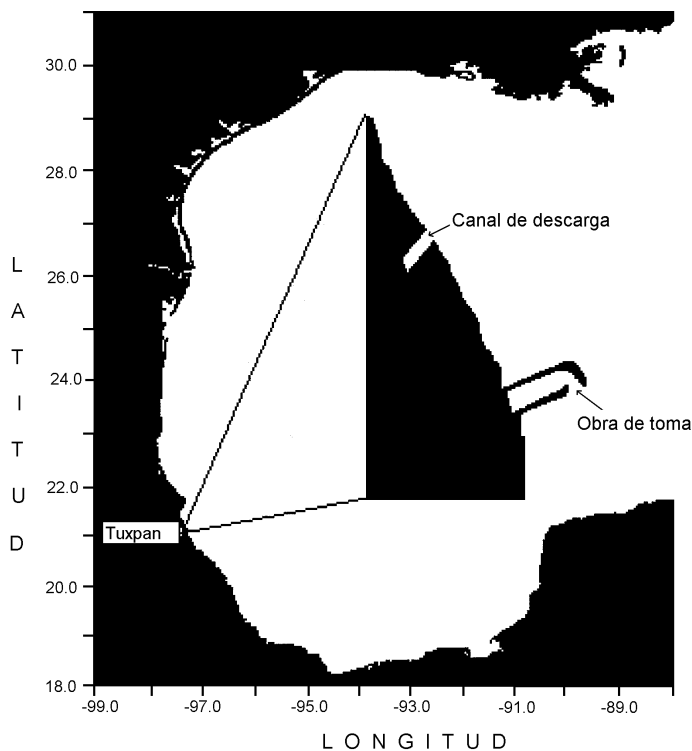


Figura 1. Localización geográfica del área de estudio.
Figure 1. Geographical location of the study area.

aproximadamente a 30 m frente al punto de descarga, otro más fue instalado en la entrada de la obra de toma y los tres restantes fueron colocados entre el punto de descarga y la obra de toma (CFE, 1992a). La posición geográfica de cada uno de los termógrafos se determinó utilizando teodolitos colocados en la costa sobre puntos geográficos previamente identificados. El campo de temperatura superficial frente al ST, incluyendo la zona de influencia de la descarga hidrotérmica de la CPT así como la batimetría, se midió en dos ocasiones, a saber, agosto de 1992 y noviembre de 1992. Las mediciones de la batimetría frente al ST se realizaron utilizando una ecosonda marca Raytheon modelo DE-719C, cuya precisión es de ± 2.54 cm. Los datos de profundidad se corrigieron por la onda de marea, de tal manera que toda

records of intensity (meters per second) and direction (degrees), which were taken from a Weather Measure mechanical meteorological station, model WS 755, with a precision of ± 0.5 m s⁻¹ in intensity and $\pm 1^\circ$ in direction, located a few meters from the coast.

The model

The three-dimensional hydrodynamic numerical model used to simulate the coastal circulation and dispersion and diffusion of the TPP hydrothermal discharge was developed by Paul and Lick during the 1970s. The basic equations used are the hydrodynamic equations for conservation of mass, momentum and energy for an incompressible and turbulent fluid, incorporating the

la base de datos quedó referido al nivel medio del mar (CFE, 1992b).

Los datos de viento (direcciones y magnitudes) característicos del ST han sido previamente reportados por Zambrano *et al.* (1993), con registros horarios que corresponden al periodo de enero de 1981 a diciembre de 1983. Las series de tiempo integrada por registros horarios de intensidad (metros por segundo) y dirección (grados) utilizadas para realizar las simulaciones se recabó a través de una estación meteorológica de principio mecánico Weather Measure modelo WS 755, cuya precisión es de $\pm 0.5 \text{ m s}^{-1}$ en intensidad y $\pm 1^\circ$ en dirección; ésta se encuentra ubicada a unos cuantos metros de la playa.

El modelo

El modelo numérico hidrodinámico tridimensional utilizado para la simulación de la circulación costera y la dispersión y difusión de la descarga hidrotermal de la CPT fue desarrollado por Paul y Lick durante la década de los setenta. Las ecuaciones básicas utilizadas son las ecuaciones hidrodinámicas de conservación de masa, *momentum* y energía para un fluido incompresible y turbulento, incorporando el parámetro de Coriolis. Asimismo, el modelo resuelve la ecuación de estado del agua de mar y calcula la turbulencia vía la especificación de coeficientes horizontales y verticales de viscosidad por remolinos (Paul y Lick, 1973a, b; Dunn *et al.*, 1975).

El modelo incluye varias suposiciones que están implícitas en el sistema de ecuaciones, las cuales se listan a continuación:

1. La presión varía hidrostáticamente contra la profundidad.
2. La superficie del mar se supone plana (*rigid lid approximation*), de manera que las ondas gravitacionales son eliminadas. La aproximación de la superficie plana acoplada a la aproximación hidrostática modela satisfactoriamente el comportamiento térmico y dinámico de descargas superficiales en el

Coriolis parameter. The model also resolves the equation of state of the sea water and calculates turbulence by specifying the horizontal and vertical eddy viscosity coefficients (Paul and Lick, 1973a, b; Dunn *et al.*, 1975).

The model includes many assumptions that are implicit in the system of equations. These are:

1. Pressure varies hydrostatically against depth.
2. The sea surface is assumed to be flat (rigid lid approximation), thereby eliminating gravitational waves. The rigid lid approximation coupled with the hydrostatic approximation adequately models the thermal and dynamic behavior of surface discharges in the ocean, and for this reason it is commonly used in three-dimensional numerical models (Policastro and Dunn, 1978; Sheng *et al.*, 1978).
3. The model incorporates the Boussinesq approximation.
4. Any inflow or outflow of heat from the model is assumed to occur at the boundaries.
5. The eddy coefficients are used to explain the effect of turbulence.
6. The bathymetric variations within the grid are assumed to be gradual and not abrupt.
7. Fluid density is considered only as a function of temperature.

Numerical solution

Only a brief summary is presented. A more detailed description is found in Paul and Lick (1973a, b) and Vasseur *et al.* (1980). The differential equations of the model are resolved with the method of finite differences. The initial and boundary conditions are defined in a three-dimensional grid that adjusts to the geometry of the particular system to model. The integration

medio acuático, por lo que es utilizada comúnmente en la solución de modelaciones numéricas tridimensionales (Policastro y Dunn, 1978; Sheng *et al.*, 1978).

3. El modelo incorpora la aproximación Boussinesq.
4. Todas las entradas y salidas de calor del modelo son asumidas que ocurren en las fronteras.
5. Los coeficientes por remolinos son utilizados para explicar el efecto de la turbulencia.
6. Las variaciones batimétricas dentro de la malla se suponen graduales, no abruptas.
7. La densidad del fluido se considera sólo en función de la temperatura.

Solución numérica

Un resumen breve es presentado aquí. Una descripción más detallada es dada en Paul y Lick (1973a, b) y Vasseur *et al.* (1980). El sistema de ecuaciones diferenciales del modelo se resuelve empleando el método de diferencias finitas. Las condiciones iniciales y de frontera se definen en una malla tridimensional que se ajusta a la geometría del sistema particular a modelar. El paso de integración Δt para la solución de las ecuaciones del modelo se define conforme al número de Courant $= (\Delta x/\Delta t)/u_c$, donde Δx es el tamaño de la celda más pequeña correspondiente a la descarga, $\Delta t \leq 1/2(\Delta z)^2/A_v$, Δz es la distancia vertical entre nodos, A_v es el coeficiente vertical por remolinos y u_c es la velocidad del efluente en la descarga. Para garantizar la estabilidad numérica, el número de Courant deber ser menor que 1, por lo cual fue utilizado el paso de integración $\Delta t = 30$ s. La transformación de las ecuaciones del sistema x, y, z a uno x, y, σ , donde $\sigma = z/h$ y $h = h(x, y)$ es la profundidad local en cada nodo de la malla, se hace necesario. Mediante esta transformación y

step Δt for the solution of the equations is defined according to the Courant number $= (\Delta x/\Delta t)/u_c$, where Δx is the size of the smallest cell corresponding to the discharge, $\Delta t \leq 1/2(\Delta z)^2/A_v$, Δz is the vertical distance between nodes, A_v is the vertical eddy coefficient and u_c is the velocity of the effluent at the discharge. In order to assure numerical stability, the Courant number should be less than 1, for which the integration step $\Delta t = 30$ s was used. The transformation of the equations x, y, z to x, y, σ is necessary, where $\sigma = z/h$ and $h = h(x, y)$ is the local depth of each node in the grid. With this transformation and a uniform spacing in the grid in σ , the number of nodes in the shallow areas is the same as in the deeper zones. Thus, no precision is lost in the simulations due to a lack of vertical resolution. The rigid lid condition is difficult to apply in a numerical solution of the equations at coordinates x, y, σ , and to solve this problem, the distribution of the surface pressure field P_s is introduced into the model. This distribution is easily translated into free surface elevations using the assumption of hydrostatic approximation. The equations of momentum conservation are resolved using the Simplified Marker and Cell Method (SMAC) proposed by Amsden and Harlow (1970).

Dimensional equations of the model are used to make simulations with flat bottoms, whereas adimensional equations are used for irregular bottoms, which form the basic model. These equations are shown in appendix 1.

Solution scheme

The algorithm used to resolve the differential equations ahead in time is as follows:

1. The initial and boundary conditions are defined.
2. The surface pressure field is calculated.
3. Temperature is calculated.

un uniforme espaciamiento de la malla en σ , el número de nodos en las áreas someras es el mismo que en las zonas más profundas. Así, no existe la pérdida de precisión en las simulaciones debido a la falta de resolución vertical. La condición de superficie plana es difícil de aplicar en una solución numérica del sistema de ecuaciones en coordenadas x , y , σ , y para solucionar este problema se introduce en el modelo la distribución del campo de presión superficial P_s . Esta distribución se traduce fácilmente en elevaciones de superficie libre utilizando la suposición de la aproximación hidrostática. Las ecuaciones de conservación de *momentum* se resuelven utilizando el *Simplified Marker and Cell Method* (SMAC) propuesto por Amsden y Harlow (1970).

El sistema de ecuaciones dimensional del modelo se utiliza para realizar simulaciones con fondos planos, mientras que para el caso de fondos irregulares las ecuaciones son presentadas en su forma adimensional, las cuales forman el modelo básico. Estas ecuaciones son mostradas en el apéndice 1.

Esquema de solución

El algoritmo que se utiliza para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales hacia adelante en el tiempo es como sigue:

1. Se definen las condiciones iniciales y de frontera.
2. Se calcula el campo de presión superficial.
3. Se calcula la temperatura.
4. Se calcula la densidad.
5. Se calculan las velocidades horizontales por medio del método SMAC.
6. Se calculan las velocidades verticales integrando la ecuación de continuidad desde el fondo hasta la superficie.

4. Density is calculated.
5. The horizontal velocities are calculated with the SMAC method.
6. The vertical velocities are calculated by integrating the equation of continuity from the bottom to the surface.
7. The first step of integration is completed.

The above procedure is repeated until the convergence criterion is met (the numerical differences between the solution of the equations is less than 10^{-5}) and/or when the simulation time determined by the user has elapsed.

Boundary conditions

The boundary conditions are defined by specifying the geomorphology of the site to be modeled, the wind stress, caloric exchange and pressure at the surface and the velocity and temperature profiles at the open-ocean boundaries, intake and discharge channel.

At the bottom and along the coastline, no-slip and impermeability conditions are defined where the heat flow is zero. At the water surface, the transport of momentum and energy is allowed in order to consider wind stress and loss of surface heat in the model. However, velocity is equaled to zero to satisfy the rigid lid condition. The temperatures and velocities at the open ocean boundaries vary linearly. At the intake and cooling water discharge channel, profiles of velocity and temperature of the cooling water are specified. The boundary condition for the surface pressure is defined by specifying its horizontal gradients and integrating the momentum equations in the vertical. The specification of the pressure derivatives at the surface does not provide just one solution for the surface pressure field, for which the pressure value should be specified for one point.

7. Se completa el primer paso de integración.

El procedimiento anterior se repite hasta que se cumpla el criterio de convergencia (las diferencias numéricas entre la solución de las ecuaciones es menor que 10^{-5}) y/o cuando se cumpla el tiempo de simulación que determine el usuario.

Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera se definen especificando la geomorfología del sitio a modelar, el esfuerzo del viento, intercambio calórico y presión en la superficie y los perfiles de velocidad y temperatura en las fronteras de mar abierto, obra de toma de agua y canal de descarga.

En el fondo y a lo largo de la línea de costa se definen condiciones de no deslizamiento e impermeabilidad donde el flujo de calor es cero. En la superficie del agua se permite el transporte de *momentum* y energía para poder considerar en el modelo el esfuerzo del viento y la pérdida de calor superficial. Sin embargo, la velocidad se iguala a cero para satisfacer la condición de superficie plana (*rigid lid approximation*). Las temperaturas y velocidades en las fronteras de mar abierto varían linealmente. En la obra de toma de agua de mar y canal de descarga del agua de enfriamiento se especifican perfiles de velocidad y temperatura del agua de enfriamiento. La condición de frontera para la presión superficial se define especificando los gradientes horizontales de ésta e integrando en la vertical las ecuaciones de *momentum*. La especificación de las derivadas de presión en la superficie no resulta en la solución única del campo de presión superficial, por lo que el valor de la presión se debe especificar en un punto.

Datos de entrada

Para realizar las simulaciones tanto de la circulación del ST como de la descarga del agua de enfriamiento de la CPT, se utilizó una malla de configuración irregular como la que se muestra en la figura 2. Las dimensiones y configuración de la

Input data

To simulate the circulation of ST and the cooling water discharge of TPP, an irregularly configured grid was used, like the one shown in figure 2. The dimensions and configuration of the grid were determined on a topographic map that includes the bathymetry of ST. The dimensions of the grid along the coastline and open ocean were 6400 and 4500 m, respectively, and is conformed by $42 \times 28 \times 7$ cells.

As a result of using a three-dimensional grid and the σ transformation of the vertical coordinate, the same number of vertical cells is defined along the entire length and width of the grid. In this manner, the resolution of the grid in the vertical is automatically increased, especially at very shallow depths. This type of geometry increases the resolution of the hydrodynamic calculations in the zone in question, which in this case is immediately at the discharge point and close to the intake. The determination of the appropriate number of cells that subdivide the study area should guarantee good resolution in the calculations and a reasonable computation time. The velocity components u and v are calculated in the nodes of the grid, while the velocity components w , temperature (T) and pressure (P) are calculated in the horizontal faces of the cells.

Once the configuration of the grid is established, the bathymetric data of the area are incorporated into the model, which was run to predict the behavior of the effluents in the absence of wind and marine currents. In this manner, the model was calibrated under stagnant conditions. The calibration allowed us to refine the values of the horizontal and vertical coefficients of thermal diffusion, eddy viscosity, Reynolds number, Prandtl number, Froude number, among others.

Case descriptions

During the development of this work, two modelings were made of the cooling water discharge at TPP, corresponding to the dates

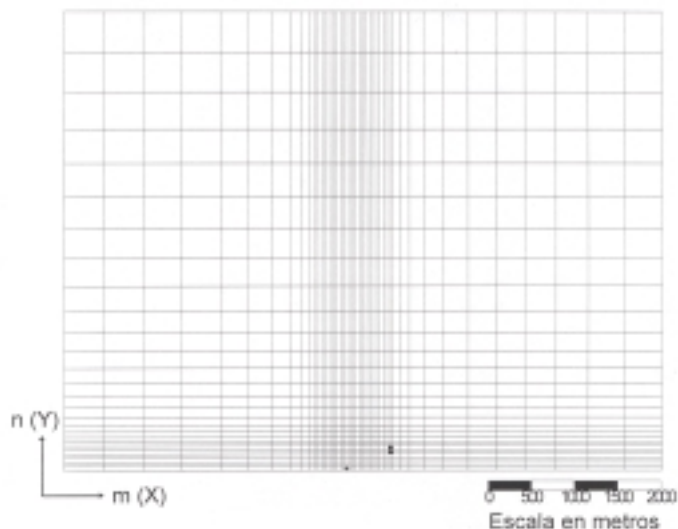


Figura 2. Malla tridimensional en donde se resuelven las ecuaciones del modelo. En el punto (18,1) se localiza la descarga (+) y en (29,5 y 29,6) la obra de toma.

Figure 2. Three-dimensional grid where the equations of the model are solved. The discharge (+) is located at point (18,1) and the intake at (29,5 and 29,6).

La malla se determinó sobre un mapa topográfico que incluye la batimetría del ST. Las dimensiones de la malla a lo largo de la línea de costa y mar adentro fueron de 6400 y 4500 m, respectivamente, y está conformada por $42 \times 28 \times 7$ celdas.

Como resultado de utilizar una malla tridimensional y mediante la transformación σ de la coordenada vertical se define el mismo número de celdas verticales a todo lo ancho y largo de la malla. De esta manera se incrementa en forma automática la resolución de la malla en la vertical, en especial a profundidades muy someras. Este tipo de geometría tiene la finalidad y conveniencia de incrementar la resolución de los cálculos hidrodinámicos en zonas de interés, en este caso la inmediata a la descarga y aquella próxima a la obra de toma. Además, la determinación del número apropiado de celdas que subdividen la zona de estudio debe satisfacer el que se garantice una buena resolución de los cálculos y que el tiempo de cómputo requerido sea razonable. Las

when the surface temperature measurements were recorded. The two modelings correspond to seasonal cases representative of the meteorology and oceanography at ST: case I, variable SW wind with an average intensity of 3 m s^{-1} , from 18 to 21 August 1992, and case II, variable NW wind with an average intensity of 11.1 m s^{-1} , from 24 to 27 November 1992. The time series of the wind used to make each modeling guaranteed that the intensity and direction of the coastal surface circulation were a consequence of the anemometric conditions that prevailed hours before the measurement of the thermal plumes. Table 1 shows the detailed description of the initial conditions to make two modelings.

RESULTS

Case I

Surface circulation field

componentes u y v de la velocidad se calculan en los nodos de la malla, mientras que las componentes w de la velocidad, la temperatura (T) y la presión (P) se calculan en las caras horizontales de las celdas.

Una vez establecida la configuración de la malla, se incorporaron al modelo los datos batimétricos del sitio y se corrió el modelo para que predigiese el comportamiento de los efluentes en la ausencia de viento y corrientes marinas. De esta manera se logró calibrar el modelo bajo condiciones de estancamiento. Esta calibración permitió refinar los valores de los coeficientes horizontales y verticales de difusión térmica, viscosidad de remolinos, número de Reynolds, número de Prandtl, número de Froude, entre otros.

Descripción de los casos

Durante el desarrollo de este trabajo, se realizaron dos modelaciones de la descarga del agua de enfriamiento de la CPT, correspondientes a las fechas en que se tomaron mediciones del campo de temperatura superficial. Las dos modelaciones corresponden a casos estacionales representativos de la meteorología y oceanografía del ST: caso I, viento variable de dirección SW con intensidad promedio de 3 m s^{-1} del 18 al 21 de agosto de 1992, y caso II, viento variable de dirección NW con intensidad promedio de 11.1 m s^{-1} del 24 al 27 de noviembre de 1992. Las series de tiempo de viento utilizadas para realizar cada modelación garantizaron que la intensidad y dirección de la circulación costera superficial fueran consecuencia de las condiciones anemométricas que prevalecieron horas antes a la medición de las plumas térmicas. En la tabla 1 se presenta la descripción detallada de las condiciones iniciales para realizar las dos modelaciones.

RESULTADOS

Caso I

Campo de circulación superficial

Figures 3 and 4 show the evolution of the wind-generated surface currents after 36 and 72 hours of simulation. Actual simulation time was 96 hours with variable SW winds, with an average intensity of 3 m s^{-1} . The results of the simulations indicate that the surface circulation field follows the direction of the incident wind. Immediately off the discharge point, the wind-induced currents are 13 cm s^{-1} after 36 hours of simulation (fig. 3), decreasing to 2.5 cm s^{-1} in the far field. After 72 hours of simulation (fig. 4), the velocity of the current in the discharge zone is 2 cm s^{-1} . When wind velocity decreases to 1.9 m s^{-1} and changes direction (from SE to SW), the resulting current responds quickly.

Temperature (horizontal distribution)

The distribution of the surface temperature field is shown in figures 5 and 6. The surface temperature of the receiving water mass is 29.2°C , and the 30°C isotherm delimits the influence of the hydrothermal effluent. The gradient between the internal isotherms that conform the effluent is 1°C . The surface dispersion of the effluent is determined by the circulation field. After 36 hours of simulation (fig. 5), the hydrothermal effluent is perpendicular to the discharge point and the coastline, following a circulation induced by winds from the SE. However, after 72 hours of simulation (fig. 6), the velocity of the wind decreases to 1.9 m s^{-1} and changes direction (from SE to SW); the neighboring isotherm (30°C) has shifted towards the intake.

Verification

The verification of the model is carried out with graphs of simulated and observed data against a common independent variable (Dent and Blackie, 1979). The spatial distribution of the surface temperature measurements against the surface isotherms predicted with the model of Paul and Lick, was compared using assemblies between the pairs of measured and simulated

Tabla 1. Condiciones iniciales utilizadas en las simulaciones.

Table 1. Initial conditions used in the simulations.

| Condiciones iniciales | | Caso I | Caso II |
|---|------------|---|---|
| Temperatura superficial del mar | T_s | 28.2°C | 23.7°C |
| Intensidad del viento | u_* | 2.0 m s ⁻¹ | 5.0 m s ⁻¹ |
| Dirección del viento | d_* | 225° | 180° |
| Esfuerzo tangencial del viento | τ_w^* | 1.005×10^{-5} | 4.888×10^{-5} |
| Tiempo de referencia | DT | 30 s | 30 s |
| Longitud de referencia | b_0 | 4500 m | 4500 m |
| Presión superficial de referencia | p_o | 1 atm | 1 atm |
| Densidad del agua de mar | ρ_o | 1032 kg m ⁻³ | 1032 kg m ⁻³ |
| Coefficiente horizontal de viscosidad por remolinos | A_H | 3.5 m ² s ⁻¹ | 4.5 m ² s ⁻¹ |
| Coefficiente vertical de viscosidad por remolinos | A_{v_o} | 1×10^{-2} m ² s ⁻¹ | 7×10^{-2} m ² s ⁻¹ |
| Coefficiente vertical de viscosidad por remolinos | A_{v_1} | 5×10^{-6} m ² s ⁻¹ | 5×10^{-6} m ² s ⁻¹ |
| Coefficiente horizontal de difusividad térmica | B_H | 5×10^{-1} m ² s ⁻¹ | 5×10^{-1} m ² s ⁻¹ |
| Coefficiente vertical de difusividad térmica | B_{v_o} | 5×10^{-3} m ² s ⁻¹ | 5×10^{-3} m ² s ⁻¹ |
| Coefficiente vertical de difusividad térmica | B_{v_1} | 5×10^{-6} m ² s ⁻¹ | 5×10^{-6} m ² s ⁻¹ |
| Coefficiente de transferencia de calor superficial | k | 38.15 W m ⁻² °C ⁻¹ | 38.15 W m ⁻² °C ⁻¹ |
| Velocidad horizontal de referencia | u_o | 2×10^{-3} m ² s ⁻¹ | 2×10^{-3} m ² s ⁻¹ |
| Velocidad en la descarga | u_c | 5×10^{-3} m s ⁻¹ | 5×10^{-3} m s ⁻¹ |
| Velocidad en la toma | u_T | 1.35×10^{-3} m s ⁻¹ | 1.35×10^{-3} m s ⁻¹ |
| Gasto de descarga | Q | 30 m ³ s ⁻¹ | 30 m ³ s ⁻¹ |
| Profundidad de referencia | h | 16 m | 16 m |
| Parámetro de Coriolis | f_o | 5×10^{-5} | 5×10^{-5} |
| Ángulo de descarga | θ_D | 130° | 130° |
| Ancho del canal de descarga | a_D | 40 m | 40 m |
| Ancho de la obra de toma | a_T | 100 m | 100 m |

Tabla 1 (Cont.)

| Condiciones iniciales | | Caso I | Caso II |
|----------------------------|-------|------------------------|------------------------|
| Profundidad en la descarga | h_o | 1.50 m | 1.50 m |
| Profundidad en la toma | h_T | 2.50 m | 2.50 m |
| No. de Reynolds | R_e | 0.257×10^4 | 0.2×10^4 |
| No. de Froude | F_r | 0.158×10^{-1} | 0.202×10^{-1} |
| No. de Prandtl | P_r | 7 | 9 |

Las figuras 3 y 4 muestran la evolución de las corrientes superficiales inducidas por el viento generado después de 36 y 72 horas de simulación. El tiempo real de simulación fue de 96 horas, con vientos variables del SW con intensidades promedio de 3 m s^{-1} . Los resultados de las simulaciones indican que el campo de circulación superficial sigue la dirección del viento incidente. En la región inmediata al punto de descarga, las corrientes inducidas por el viento son de 13 cm s^{-1} a las 36 horas de simulación (fig. 3), disminuyendo hasta 2.5 cm s^{-1} en el campo lejano. A las 72 horas de simulación (fig. 4), la velocidad de la corriente en la zona de descarga es de 2 cm s^{-1} . Cuando la velocidad del viento disminuye a 1.9 m s^{-1} y cambia de dirección (de SE a SW), la corriente resultante responde rápidamente.

Temperatura (distribución horizontal)

La distribución del campo de temperatura superficial se muestra en las figuras 5 y 6. La temperatura superficial del medio acuático receptor es de 29.2°C y la isoterma de 30°C delimita la influencia del efluente hidrotérmico. El gradiente entre las isotermas internas que conforman el efluente es de 1°C . La dispersión superficial del efluente está determinado por el campo de circulación. A las 36 horas de simulación (fig. 5), el efluente hidrotérmico se orienta perpendicular al punto de descarga y a la línea de costa,

thermal plumes, respectively. Once the assemblies were made, the areas of impact of the measured and simulated plumes were calculated and compared with the temperature values along the dispersion axis of the effluent. The line of orientation and length of the dispersion axis were fit to the geometric characteristics of the thermal plumes. The precision of the model was quantified by determining the degree of correlation between the calculated and measured areas (Johnson and Leone, 1977; Khazanie, 1990).

Figures 7 and 8 show the comparison of the results of the numerical simulation and the field data measured on 19 and 20 August 1992. The area off the neighboring simulated isotherm of 30°C is 240 m^2 after 36 hours of simulation, which represents an overestimate of 4% with respect to the 230 m^2 measured for the thermal effluent of the same isotherm. After 72 hours of simulation, the area of the isotherm that defines the influence of the discharge is 210 m^2 . The comparison of the isotherms (measured and simulated) along the dispersion axis indicates that the model underestimates their position, placing the minimum difference of 17 m in the 36°C isotherm after 36 hours of simulation. After 72 hours of simulation, the measured and simulated 33°C and 32°C isotherms coincided in space. The correlation coefficient between the areas measured and predicted after 36 hours of simulation is 0.98 and after 72 hours of simulation, 0.97.

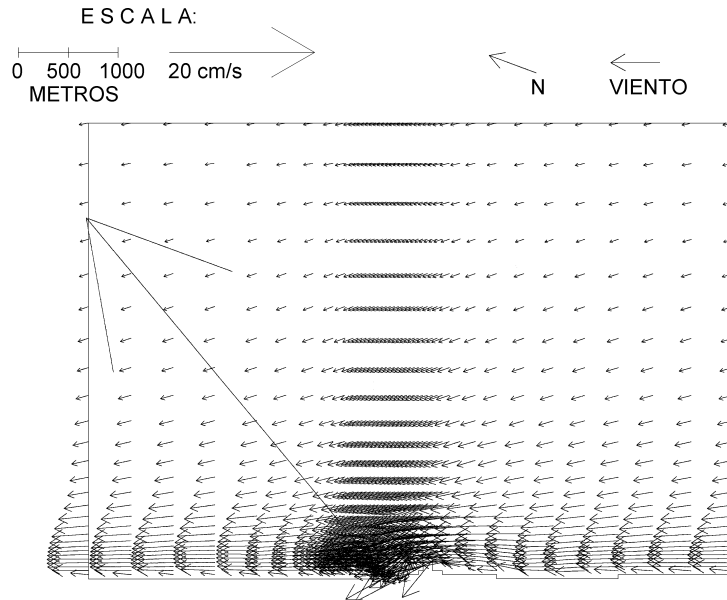


Figura 3. Campo de circulación superficial después de 36 horas de simulación. Caso I, agosto de 1992.
Figure 3. Surface circulation field after 36 hours of simulation. Case I, August 1992.

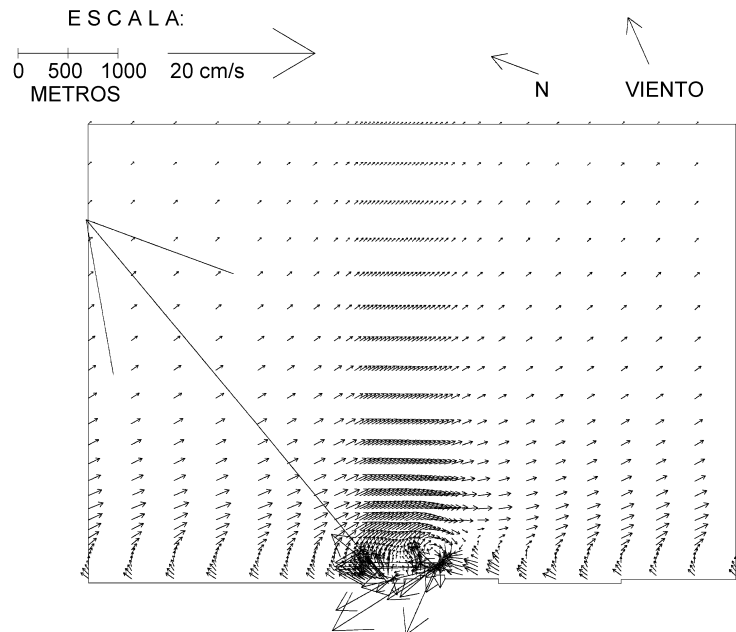


Figura 4. Campo de circulación superficial después de 72 horas de simulación. Caso I, agosto de 1992.
Figure 4. Surface circulation field after 72 hours of simulation. Case I, August 1992.

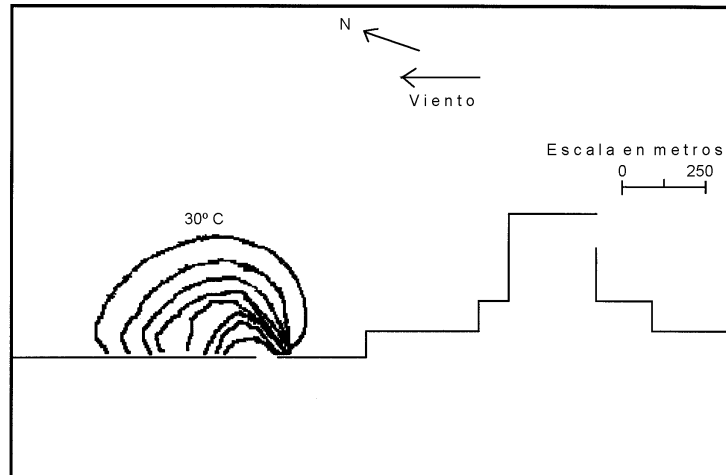


Figura 5. Distribución superficial de temperatura después de 36 horas de simulación. La isolínea externa del efluente corresponde al valor mínimo de temperatura.

Figure 5. Surface distribution of temperature after 36 hours of simulation. The outer isoline of the effluent corresponds to the minimum temperature value.

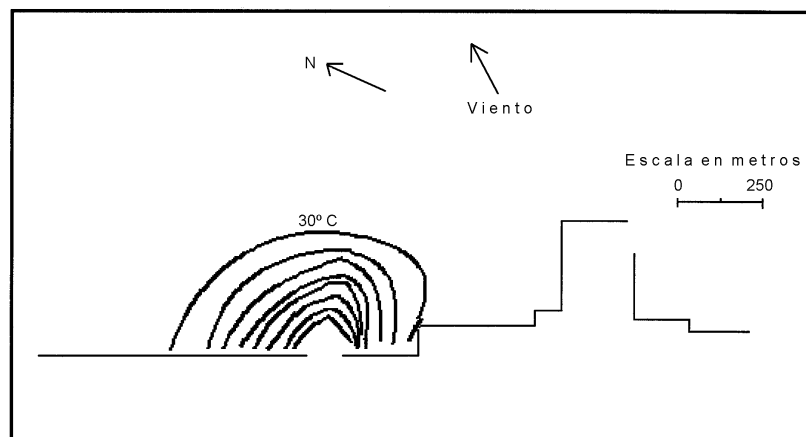


Figura 6. Distribución superficial de temperatura después de 72 horas de simulación. La isolínea externa del efluente corresponde al valor mínimo de temperatura.

Figure 6. Surface distribution of temperature after 72 hours of simulation. The outer isoline of the effluent corresponds to the minimum temperature value.

obedeciendo a una circulación inducida por vientos provenientes del SE. Sin embargo, a las 72 horas de simulación (fig. 6), la velocidad del viento disminuye a 1.9 m s^{-1} y cambia de dirección (de SE a SW); la isoterma límite (30°C) ha sido conducida hacia la obra de toma.

Verificación

Mediante el despliegue de gráficas con datos simulados y observados contra una variable independiente en común se lleva a cabo la verificación del modelo (Dent y Blackie, 1979). La distribución espacial de las mediciones superficiales de temperatura contra las isotermas superficiales pronosticadas por el modelo de Paul y Lick, fue comparado por medio de montajes entre los pares de plumas térmicas medidas y simuladas, respectivamente. Una vez realizados los montajes se calcularon las áreas de impacto de las plumas medidas y simuladas y se compararon los valores de temperatura a lo largo del eje de dispersión del efluente. El trazo de la orientación y longitud del eje de dispersión se ajustó a las características geométricas de las plumas térmicas. La precisión del modelo se cuantificó determinando el grado de correlación entre las áreas calculadas y las áreas medidas (Johnson y Leone, 1977; Khazanie, 1990).

En las figuras 7 y 8 se muestra la comparación entre los resultados de la simulación numérica y los datos de campo medidos el 19 y 20 de agosto de 1992. El área que cubre la isoterma límite simulada, 30°C , a las 36 horas de simulación, es de 240 m^2 , la cual representa una sobrestimación de 4% con respecto a la superficie medida, 230 m^2 , del efluente térmico para la misma isoterma. Para las 72 horas de simulación, el área de la isoterma que define la influencia de la descarga es de 210 m^2 . En la comparación de las isotermas (medidas y simuladas) a lo largo del eje de dispersión, el modelo subestima la posición de éstas, encontrándose la mínima diferencia de 17 m en la isoterma de 36°C a las 36 horas de simulación. Para las 72 horas de simulación, las

Vertical distribution

Figures 9 to 11 present the simulated vertical distribution of the hydrothermal effluent in the receiving water mass. These vertical profiles of temperature are the result of 36 and 72 hours of simulation and the orientation of this transverse section is perpendicular to the m axis of the grid. Transect $m = 16$ (figs. 9, 10), located 100 m off the discharge point along the coastline, shows patches of warm water with an area of impact of 50 m. The thermal effluent tends to float and dilute with the receiving water mass. The neighboring 30°C isotherm is 130 m off the coast in the first 36 hours of simulation; after 72 hours of simulation, the isotherm is 230 m off the coast. These transverse sections show how the 30°C isotherm reaches the bottom at 3.5 m.

Figure 11 shows transect $m = 18$ immediately off the discharge point. The maximum discharge temperature of 37°C 30 m off the coastline dissipates quickly. The area of impact for this transect is 30 m. However, after 72 hours of simulation, the isotherm is located 240 m off the coastline, as a result of the reorientation of the hydrothermal effluent, as shown in figure 11.

Case II

Surface circulation field

Figure 12 shows the dynamic surface circulation field derived during a period of variable NW winds, with an average intensity of 11 m s^{-1} . Actual time of simulation was 96 hours. The surface circulation field after 60 hours of simulation tends to follow the direction of the incident wind, towards the southern boundary of the grid. Close to the discharge point, the simulated velocity is 30 cm s^{-1} , and in the far field it decreases to 8 cm s^{-1} . At 2300 m south of the discharge point, the maximum velocity is 40 cm s^{-1} , due to the shallow region (0.5 m) in this area. At the intake, the current velocities are 23 cm s^{-1} and outside the influence of the discharge, 20 cm s^{-1} .

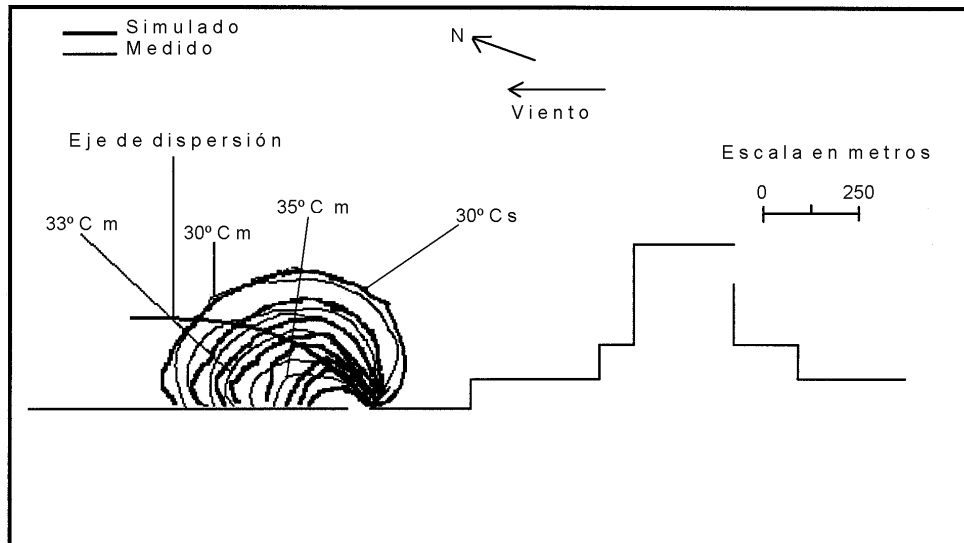


Figura 7. Comparación de las plumas térmicas simuladas (36 horas de simulación) y aquellas medidas el 19 de agosto de 1992.

Figure 7. Comparison of the simulated thermal plumes (36 hours of simulation) and those measured on 19 August 1992.

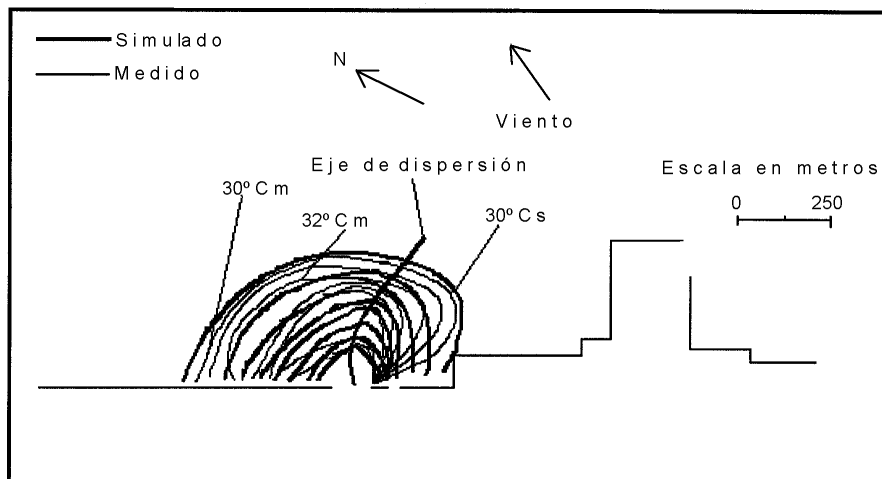


Figura 8. Comparación de las plumas térmicas simuladas (72 horas de simulación) y aquellas medidas el 20 de agosto de 1992.

Figure 8. Comparison of the simulated thermal plumes (72 hours of simulation) and those measured on 20 August 1992.

isotermas de 33°C y 32°C medida y simulada coincidieron en el mismo punto espacial. El coeficiente de correlación entre las áreas medidas y pronosticadas para las 36 horas de simulación es de 0.98 y para las 72 horas de simulación, de 0.97, respectivamente.

Distribución vertical

Las figuras 9 a 11 presentan la distribución vertical simulada del efluente hidrotérmico en el cuerpo de agua receptor. Estos perfiles verticales de temperatura son el resultado de 36 y 72 horas de simulación y la orientación de esta sección transversal es perpendicular al eje m de la malla. El transecto $m = 16$ (figs. 9, 10), ubicado a 100 m del punto de descarga sobre la línea de costa, muestra parcelas de agua caliente que cubren un área de influencia de 50 m. El efluente térmico tiende a flotar y diluirse con el cuerpo de agua receptor. La isoterma límite, de 30°C, está a 130 m de la costa en las primeras 36 horas de simulación. Para las 72 horas de simulación, la isoterma ha alcanzado los 230 m costa afuera. Estas secciones transversales permiten observar como la isoterma de 30°C llega al fondo, a 3.5 m.

En la figura 11 se muestra el transecto $m = 18$, inmediato a la zona de descarga. Se observa la temperatura máxima de descarga, 37°C, cercana a la línea de costa, 30 m, disipándose rápidamente. El área de influencia para este transecto es de 30 m. Sin embargo, a las 72 horas de simulación la isoterma se localiza a 240 m de la línea de costa, producto de la reorientación del efluente hidrotérmico, como se muestra en la figura 11.

Caso II

Campo de circulación superficial

La figura 12 muestra el campo dinámico de circulación superficial derivado durante un periodo de vientos variables del NW, con intensidad promedio de 11 m s^{-1} . El tiempo real de simulación fue de 96 horas. El campo de circulación superficial a las 60 horas de simulación tiende a

Temperature (horizontal distribution)

The distribution of the surface temperature field generated after 60 hours of simulation is described in figure 13. The distribution of the isotherms that conform the discharged warm water is 1°C, from the periphery to the center. The temperature of the receiving water mass is 23.9°C and the 25°C isotherm delimits the influence of the hydrothermal effluent. The surface dispersion of the effluent is determined by the circulation field, which causes the power plant discharge to head towards to the southern boundary of the grid, covering an area of 140 m². The extension of the 25°C isotherm was 750 m, and followed a coastal circulation pattern induced by NW wind.

Figure 14 shows the comparison of the areas of impact of the simulated surface temperature and that measured 26 November 1992. The area of the simulated 25°C isotherm is 140 m². In this case, the model overestimated the total area of influence by 60% with respect to the surface measured for the same isotherm of 93 m². This is explained by the presence of incident waves with a mean height of 2.23 m that confines the higher-temperature water mass to the area between the discharge and the intake. In the comparison of the isotherms, the model overestimates their position, since it does not incorporate the effect of waves. The minimum difference was 755 m in the 28°C isotherm. The correlation coefficient between the measured and simulated areas is 0.88.

Vertical distribution

The vertical distribution of temperature is shown in figures 15 and 16, corresponding to transects $m = 18$ and $m = 20$, respectively. These vertical profiles of temperature are the result of 60 hours of simulation and the orientation of this transverse section is perpendicular to the m axis of the grid. These figures correspond to the coastal zone between the discharge and intake. Transect $m = 18$ (fig. 15) is located immediately off the discharge. In this zone, the maximum temperature is 32°C and it is homogeneously distributed

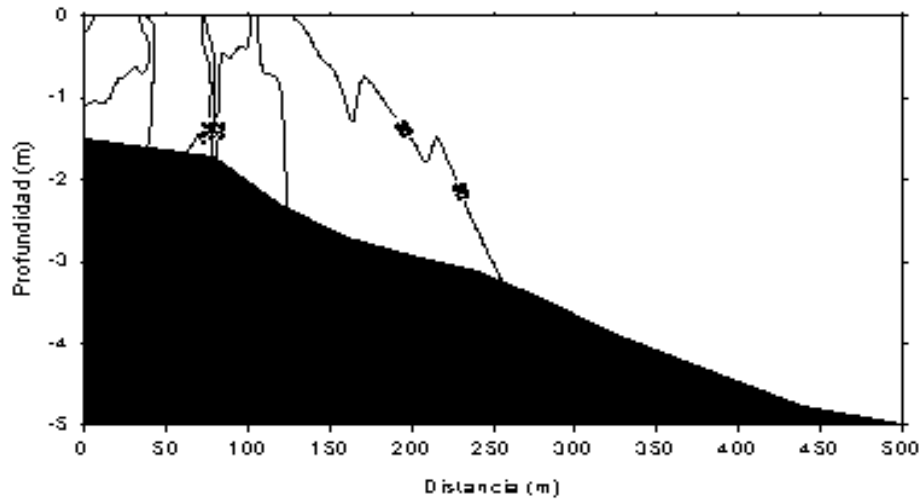


Figura 9. Distribución vertical de temperatura después de 36 horas de simulación. Caso I, 19 de agosto de 1992. Transecto $m = 16$.

Figure 9. Vertical distribution of temperature after 36 hours of simulation. Case I, 19 August 1992. Transect $m = 16$.

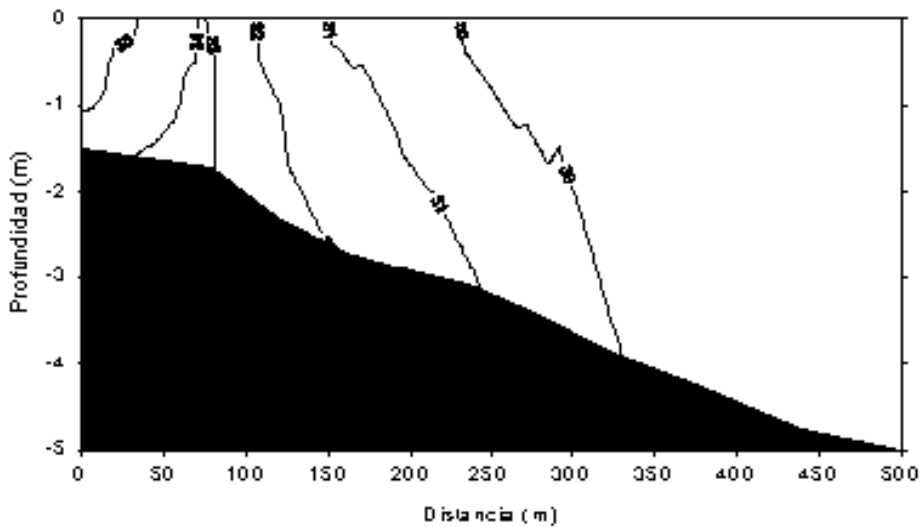


Figura 10. Distribución vertical de temperatura después de 72 horas de simulación. Caso I, 20 de agosto de 1992. Transecto $m = 16$.

Figure 10. Vertical distribution of temperature after 72 hours of simulation. Case I, 20 August 1992. Transect $m = 16$.

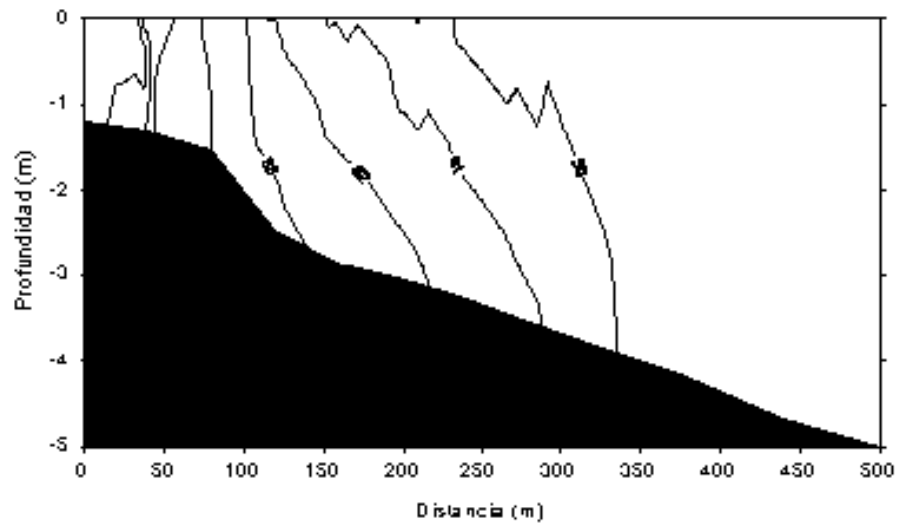


Figura 11. Distribución vertical de temperatura después de 72 horas de simulación. Caso I, 20 de agosto de 1992. Transecto $m = 18$.

Figure 11. Vertical distribution of temperature after 72 hours of simulation. Case I, 20 August 1992. Transect $m = 18$.

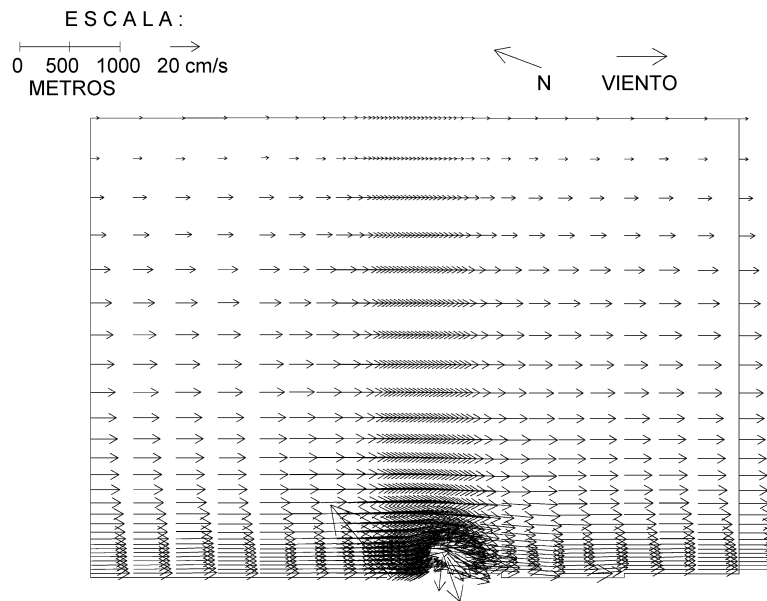


Figura 12. Campo de circulación superficial después de 60 horas de simulación. Caso II, 26 de noviembre de 1992.

Figure 12. Surface circulation field after 60 hours of simulation. Case II, 26 November 1992.

seguir la dirección del viento incidente, orientándose hacia la frontera sur de la malla. En las proximidades al punto de descarga la velocidad simulada es de 30 cm s^{-1} y en el campo lejano disminuye hasta 8 cm s^{-1} . A 2300 m al sur del punto de descarga se puede observar que la velocidad máxima es de 40 cm s^{-1} , producto de la región somera (0.5 m) que existe en esta zona. En la obra de toma las velocidades de la corriente son 23 cm s^{-1} y fuera de la influencia de la descarga es de 20 cm s^{-1} .

Temperatura (distribución horizontal)

La distribución del campo de temperatura superficial generado después de 60 horas de simulación se describe en la figura 13. La distribución de las isotermas que conforman el agua caliente descargado es de 1°C , de la periferia al centro. La temperatura del cuerpo de agua receptor es de 23.9°C y la isoterma de 25°C delimita la influencia del efluente hidrotérmico. La dispersión superficial del efluente está determinado por el campo de circulación, lo que provoca que la descarga de la central de potencia tienda hacia la frontera sur de la malla, cubriendo un área de 140 m^2 . La extensión de la isoterma de 25°C fue de 750 m, obedeciendo a un patrón de circulación costera inducido por el viento proveniente del NW.

La comparación entre las coberturas de las áreas de influencia de la temperatura superficial simulada y el medido el 26 de noviembre de 1992 se presenta en la figura 14. El área que cubre la isoterma simulada, 25°C , es de 140 m^2 . Para este caso el modelo sobrestima el área total de influencia hasta por arriba del 60% con respecto a la superficie medida para la misma isoterma, 93 m^2 . La explicación a esta situación es la presencia de oleaje incidente con altura media de 2.23 m que obliga que la masa de agua con mayor temperatura se mantenga confinada entre la zona de descarga y la obra de toma. Evidentemente, en la comparación de las isotermas, el modelo sobrestima la posición de éstas ya que el modelo

throughout the first meter. Between the first meter and 1.5 m down to the bottom of the discharge, the average vertical temperature is 28°C , and found less than 50 m from the coast. Figure 16 shows transect $m = 20$, located 80 m south of the discharge along the coastline. As can be observed, the thermal effluent propagates quickly towards the south of the grid, parallel to the coast, following high-magnitude currents ($>40 \text{ cm s}^{-1}$) from the SE. The 25°C isotherm is found less than 50 m from the coast.

DISCUSSION

Industrial growth increases the demand for electricity. As a result, more and more power plants are being built in coastal areas, and the hydrothermal discharges may negatively affect the aquatic environment. The principal change observed is an increase in temperature in the area immediately off the discharge point (Markowski, 1959; Naylor, 1965; Barnett, 1972). The physical process of transport and transference of a contaminant within the marine environment is determined by the movement of the ocean. This movement covers a wide range of scales, from molecular to oceanic circulation.

In order to analyze the water circulation produced by the wind, the system of dominant winds in the region needs to be identified. Figures 3 and 4 correspond to the surface circulation field and show how the model responds to decreases in wind velocity and changes in direction. The distribution of the hydrothermal effluent follows a pattern of coastal circulation and its dispersion is similar to that of the dynamic field. In case I, with initial winds from the SE, the warm water is close to the coast (fig. 5). As the wind changes direction, SW, the warm water tends to travel towards the intake (fig. 6).

When the results of the numerical simulations are compared with the field data, the model satisfactorily reproduces the patterns of surface dispersion and diffusion of the hydrothermal effluent under different meteorological and oceanographic

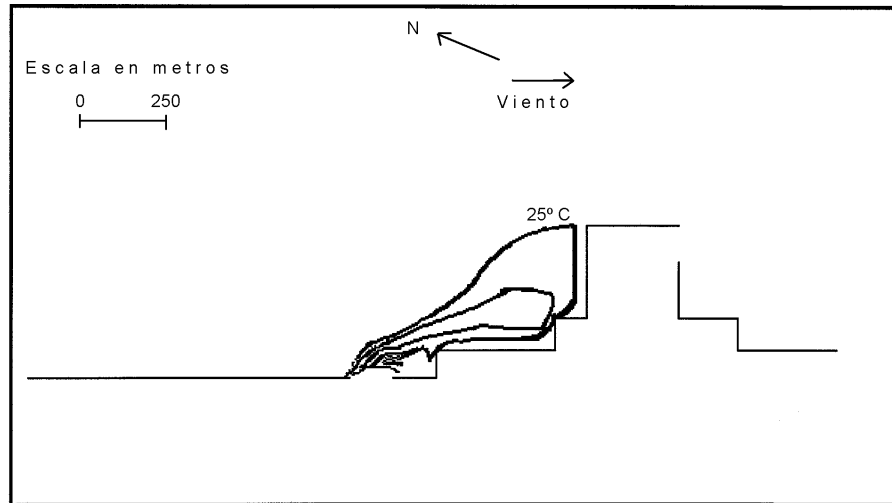


Figura 13. Distribución superficial de temperatura después de 60 horas de simulación. La isolínea externa corresponde al valor mínimo de temperatura.

Figure 13. Surface distribution of temperature after 60 hours of simulation. The outer isoline corresponds to the minimum temperature value.

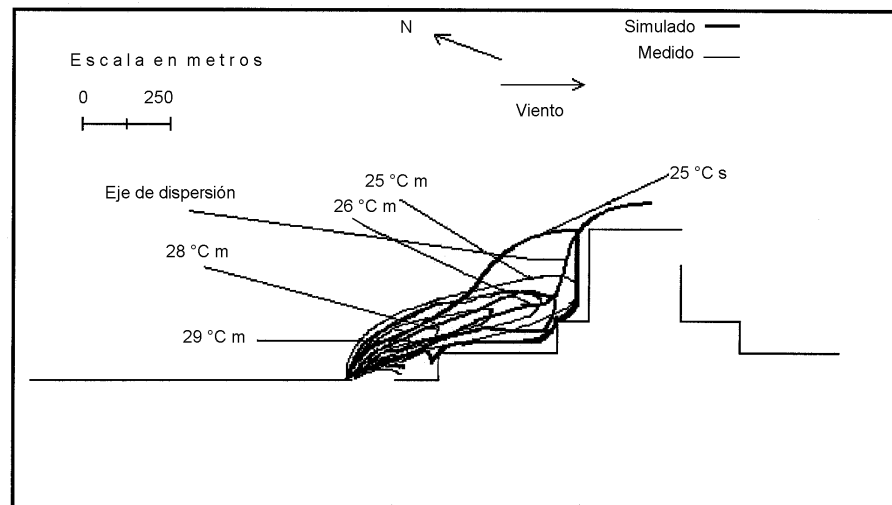


Figura 14. Comparación de las plumas térmicas simuladas (60 horas de simulación) y aquellas medidas el 26 de noviembre de 1992.

Figure 14. Comparison of the simulated thermal plumes (60 hours of simulation) and those measured on 26 November 1992.

no incorpora el efecto del oleaje. La mínima diferencia fue de 755 m en la isoterma de 28°C. El coeficiente de correlación entre las áreas medidas y simuladas es de 0.88.

Distribución vertical

La distribución vertical de temperatura es mostrada en las figuras 15 y 16, correspondiente a los transectos $m = 18$ y $m = 20$, respectivamente. Estos perfiles verticales de temperatura son el resultado de 60 horas de simulación y la orientación de esta sección transversal es perpendicular al eje m de la malla. Estas figuras corresponden a la zona costera comprendida entre la obra de descarga y la obra de toma. El transecto $m = 18$ (fig. 15) se ubica en la región inmediata a la zona de descarga. En esta zona, la máxima temperatura es de 32°C y se distribuye homogéneamente dentro del primer metro. Por debajo del primer metro hasta llegar al fondo en la zona de descarga, 1.5 m, la temperatura vertical promedio es de 28°C, encontrándose a menos de 50 m de la costa. La figura 16 muestra el transecto $m = 20$, ubicado a 80 m al sur de la zona de descarga sobre la línea de costa. Como se puede observar, el efluente térmico se propaga rápidamente hacia el sur de la malla, paralela a la costa, obedeciendo a corrientes de alta magnitud ($>40 \text{ cm s}^{-1}$) del SE. La isoterma de 25°C se encuentra a menos de 50 m de la costa.

DISCUSIÓN

El incremento en la demanda de electricidad en la creciente industria moderna ha originado que cada vez sean emplazadas más centrales de potencia en las regiones costeras. De esta manera, las descargas hidrotermales pueden afectar negativamente el ambiente acuático. El principal cambio que se presenta es un aumento en la temperatura en la zona inmediata al punto de descarga (Markowski, 1959; Naylor, 1965; Barnett, 1972). El proceso físico de transporte y transferencia dentro del medio marino, de un contaminante, está determinado por el movimiento en el océano.

conditions (see figs. 7, 8). For case II, the model overestimates the total area of impact by 60%, explained by the presence of incident waves with a mean height of 2.23 m that confine the warmer water mass to the area between the discharge and the intake. The tests clearly indicate that the model is reliable and reasonably precise. It predicts the extension of the areas impacted with cooling water with a precision of $\pm 11\%$.

The changes and distributions of the structure and properties of the plume due to an increase in velocity can be parametrized by changes in the Froude number (Washburn *et al.*, 1989). If we consider that the dilution of the heated water discharged is relatively small due to the low Froude number, this facilitates the stratification of the water column, increasing the buoyancy of the effluent and minimizing its vertical dispersion. The effluent quickly loses its movement and remains a short distance from the discharge point due to the coastal circulation, reaching a maximum depth of 3.5 m at a distance of 230 m. It is important to note that this situation does not favor the local ecosystem, since the ideal situation would be a rapid dilution of the heated water with colder water in the smallest space and time possible, in order to avoid possible impacts on the neighboring communities around the discharge area, such as the decrease in oxygen solubility (O_2) and changes in the physical and chemical properties of the sea water (Miller and Brighthouse, 1984; Subramanian *et al.*, 1990). The dynamic behavior and position of the thermal plume is of vital importance for the plant to function properly. If it reaches the intake, the recirculated cooling water could cause a warming and reduce the efficiency of the power plant.

A crucial parameter of three-dimensional models is the vertical momentum flow through small eddies; however, in order to describe it, the vertical and horizontal eddy viscosity coefficients are incorporated (Simons, 1975; Csanady, 1975; Yanagi *et al.*, 1982). The values selected for the simulations adequately describe the patterns of dispersion of the water mass. This was proved in the verification of the cases in which the behavior

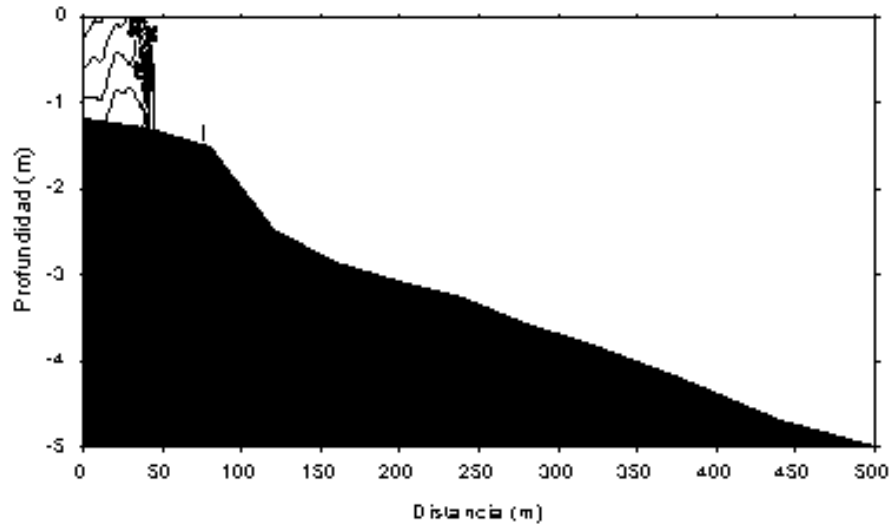


Figura 15. Distribución vertical de temperatura después de 60 horas de simulación. Caso II, 26 de noviembre de 1992. Transecto $m = 18$.

Figure 15. Vertical distribution of temperature after 60 hours of simulation. Case II, 26 November 1992. Transect $m = 18$.

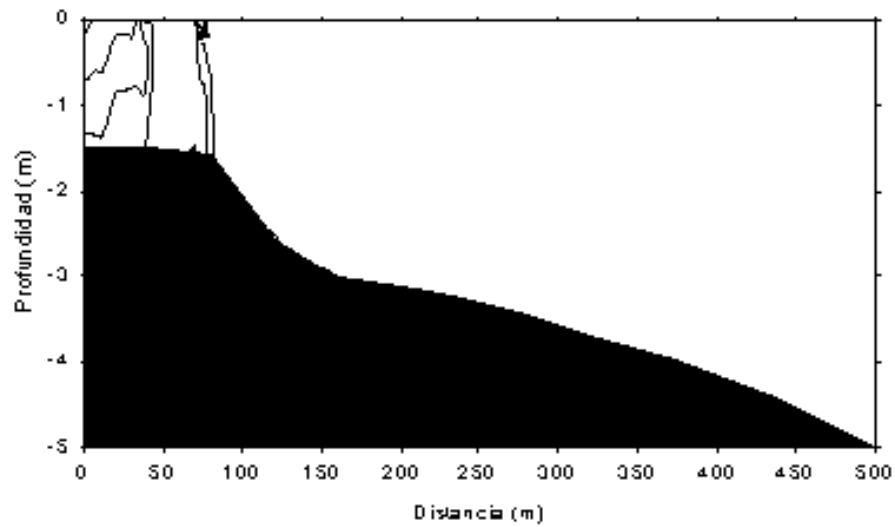


Figura 16. Distribución vertical de temperatura después de 60 horas de simulación. Caso II, 26 de noviembre de 1992. Transecto $m = 20$.

Figure 16. Vertical distribution of temperature after 60 hours of simulation. Case II, 26 November 1992. Transect $m = 20$.

El movimiento cubre un rango muy grande de escalas, desde la circulación oceánica hasta el movimiento molecular.

Para analizar la circulación del agua debido al viento, es imperativo identificar el sistema de vientos dominantes de la región. De hecho, en las figuras 3 y 4 correspondientes al campo de circulación superficial, se muestra como el modelo responde cuando la velocidad del viento disminuye y cambia de dirección. La distribución del efluente hidrotérmico sigue un patrón de circulación costero y su dispersión es similar a la del campo dinámico. En el caso I, con vientos iniciales del SE, el agua caliente se encuentra cercana a la costa (fig. 5). Conforme el viento cambia de dirección, SW, el agua caliente tiende a viajar hacia el canal de la obra de toma (fig. 6).

Cuando son comparados los resultados de las simulaciones numéricas con los datos de campo, el modelo reproduce satisfactoriamente los patrones de dispersión y difusión superficial del efluente hidrotérmico bajo diferentes condiciones meteorológicas y oceanográficas (ver figs. 7, 8). Para el caso II, el modelo sobrestima el área total de influencia por arriba del 60%, siendo la explicación a esto la presencia del oleaje incidente con altura media de 2.23 m, lo cual obliga que la masa de agua con mayor temperatura se mantenga confinada entre la obra de descarga y la obra de toma. Las pruebas del modelo claramente indican que el modelo es confiable y razonablemente preciso. La precisión con la cual el modelo predice la extensión de las áreas impactadas con agua de enfriamiento es de $\pm 11\%$.

Los cambios y distribuciones en la estructura y propiedades de la pluma debido a un aumento en la velocidad pueden ser parametrizados por los cambios en el número de Froude (Washburn *et al.*, 1989). Si tomamos en cuenta que la dilución del agua caliente descargada es relativamente poca debido al pequeño número de Froude, esto facilita la estratificación de la columna de agua, incrementando la flotabilidad del efluente y minimizando su dispersión vertical. El efluente pierde rápidamente su cantidad de movimiento,

of the field data is very similar to that of the data of the numerical simulations of the heated effluent discharge, except for case II, where the thermal plume reaches larger areas compared to the field data.

The true maximum area of thermal effluent impact was 435 m² for case I and 93 m² for case II, so the possible ecological effects may only be of local significance. The area of thermal impact that is formed by the warm water discharged from TPP could be lowered considerably if the following suggestions are implemented: (1) change the type of surface discharge (channels) to a submarine discharge and (2) implement a submarine intake below the seasonal (summer) thermocline. These measures would guarantee a supply of considerably colder water, 22°C.

Finally, due to the good precision and veracity with which the model reproduces the size, form and orientation of the dispersion of the effluents measured in ST under different meteorological and oceanographic conditions, it is concluded that the model can be used to evaluate the magnitude of environmental impact caused by the generation of electricity, as well as suggest alternatives to the configuration and design of intakes and discharges in order to obtain maximum use of the natural resources with minimum environmental deterioration.

Even though the numerical simulations of this work indicate that the model correctly reproduces the heat exchange in the surface discharge of the cooling water from TPP for the different cases studied, we in no way imply they should replace field observations; to the contrary, field data and data from numerical simulations should always complement each other.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work was financed by CONACYT and Banco de México. The comments of two anonymous reviewers helped to improve this manuscript.

English translation by Jennifer Davis.

quedando a muy poca distancia del punto de descarga a merced de la circulación costera, alcanzando una profundidad máxima de 3.5 m a una distancia de 230 m. Es importante hacer notar que esta situación no es favorable para el ecosistema local, puesto que lo que se busca es una rápida dilución del agua caliente con agua más fría en el menor espacio y tiempo posible, para evitar posibles efectos sobre las comunidades circundantes al área de descarga como sería la disminución de la solubilidad del oxígeno (O_2), así como los cambios que se presentan en las propiedades físicas y químicas del agua de mar (Miller y Brighthouse, 1984; Subramanian *et al.*, 1990). El comportamiento dinámico y posición de la pluma térmica es de vital importancia para el correcto funcionamiento de la central, ya que si ésta alcanza el canal de la obra de toma, el agua de enfriamiento recirculada pudiera causar calentamiento y reducir la eficiencia operacional de la central de potencia.

Un parámetro crucial de los modelos tridimensionales es el flujo de *momentum* vertical a través de pequeños remolinos; sin embargo, para poder caracterizarlo son incorporados los coeficientes verticales y horizontales de viscosidad por remolinos (Simons, 1975; Csanady, 1975; Yanagi *et al.*, 1982). Los valores seleccionados para las simulaciones describen adecuadamente los patrones de dispersión del cuerpo de agua como lo presentan los resultados de la verificación de los casos en los que se puede observar como el comportamiento de los datos de campo son muy similares a los datos producto de las simulaciones numéricas del efluente caliente descargado, a excepción del caso II, donde la pluma térmica alcanza áreas más grandes en comparación con los datos de campo.

El área real máxima de impacto térmico del efluente fue de 435 m² para el caso I y de 93 m² para el caso II, por lo que los posibles efectos ecológicos adversos solamente sean de significancia local. El área de impacto térmico que se forma por el agua caliente descargada por la CPT se podría minimizar considerablemente si se toman en cuenta las siguientes sugerencias: (1) cambiar el tipo de descarga superficial (canales) por una

descarga submarina y (2) implementar una obra de toma submarina por debajo de la termoclina estacional (de verano). De esta manera, esto puede garantizar un suministro de agua considerablemente más fría, 22°C.

Finalmente, debido a la buena precisión y veracidad con la que el modelo puede reproducir el tamaño, forma y orientación de la dispersión de los efluentes medidos en el ST bajo una gran diversidad de condiciones meteorológicas y oceanográficas, resulta importante y obligado señalar que el modelo puede ser utilizado como una herramienta que permite evaluar la magnitud del impacto ambiental, consecuencia de la generación eléctrica, así como sugerir alternativas sobre la configuración y diseño de las obras de toma y descarga en aras de obtener un máximo aprovechamiento de los recursos naturales con el mínimo deterioro ambiental.

Aunque las simulaciones numéricas descritas en las páginas anteriores demuestran que el modelo utilizado reproduce correctamente la dispersión y difusión del calor contenido en la descarga superficial del agua de enfriamiento proveniente de la CPT para los dos diferentes casos estudiados, no debemos esperar que éstas puedan suplantar las observaciones de campo. Por el contrario, los datos de campo y los datos producto de simulaciones numéricas deben de ser siempre complementarios.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue desarrollado con apoyo económico brindado a través del programa de becas del CONACYT y Banco de México. Los comentarios de dos revisores anónimos ayudaron a mejorar el manuscrito.

REFERENCIAS

- Amsden, A.A. and Harlow, F.H. (1970). The SMAC Method: A numerical technique for calculating incompressible fluid flows. Report LA-4370. Los Alamos Scientific Lab., Los Alamos, New Mexico, 225 pp.
- Bamber, R.N. (1990). Power station thermal effluents and marine crustaceans. *J. Therm. Biol.*, 15: 91-96.

- Barnett, P.R.O. (1972). Effects of warm water effluents from stations on marine life. *Proc. R. Soc. Lond. B*, 180: 497–509.
- Benedict, B.A., Anderson, J.L. and Yandell, Jr. E.L. (1974). Analytical modeling of thermal discharges, a review of the state of the art. Report ANL/ES-18. Argonne National Lab., Illinois, 312 pp.
- CFE (1992a). Primera Campaña de Mediciones Térmicas en la C.T. Pte. Adolfo López Mateos. Tuxpan, Ver. Del 17 al 21 de agosto de 1992. Departamento de Oceanografía. Residencia Zona Golfo. Comisión Federal de Electricidad, México.
- CFE (1992b). Tercer Informe Bimestral de Estudios Oceanográficos para la C.T. Pte. Adolfo López Mateos. Tuxpan, Ver. Mayo a junio de 1992. Gerencia de Ingeniería Civil. Departamento de Oceanografía. Residencia Zona Golfo. Comisión Federal de Electricidad, México.
- CFE (1992c). Cuarto Informe Bimestral de Estudios Oceanográficos para la C.T. Pte. Adolfo López Mateos. Tuxpan, Ver. Julio a agosto de 1992. Gerencia de Ingeniería Civil. Departamento de Oceanografía. Residencia Zona Golfo. Comisión Federal de Electricidad, México.
- CFE (1992d). Sexto Informe Bimestral de Estudios Oceanográficos para la C.T. Pte. Adolfo López Mateos. Tuxpan, Ver. Noviembre a diciembre de 1992. Gerencia de Ingeniería Civil. Departamento de Oceanografía. Residencia Zona Golfo. Comisión Federal de Electricidad, México.
- Chieh, S.H. and ASCE (1987). Two-dimensional numerical model of thermal discharges in coastal regions. *J. Hydraulic Eng.*, 113(8): 1032–1040.
- Csanady, G.T. (1975). Lateral momentum flux in boundary currents. *J. Phys. Oceanogr.*, 5: 705–717.
- Dent, J.B. and Blackie, M.J. (1979). *Systems Simulation in Agriculture*. Applied Science Publishers, London, 230 pp.
- Dunn, W.E., Policastro, A.J. and Paddock, R.A. (1975). Surface thermal plumes: Evaluation of mathematical models for the near and complete field. US Dept. of Commerce. National Technical Information Service. INL/WR-75-3. Part 1. Argonne National Lab., Argonne, Illinois, 397 pp.
- Fischer, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Inberger, J. and Brooks, N.H. (1979). *Mixing in Inland and Coastal Waters*. Academic Press, London, 483 pp.
- GESAMP (1984). Thermal discharges in the marine environment. UNEP Regional Seas Report and Studies, No. 45.
- Harleman, D.R.F., Jirka, G.H. and Stolzenbach, K.D. (1978). Hydrothermal modelling techniques associated with waste heat disposal. In: Z.P. Zaric (ed.), *Thermal Effluent Disposal from Power Generation*. Hemisphere Publishing, Belgrade, pp. 3–10.
- Johnson, N.L. and Leone, F.C. (1977). *Statistics and Experimental Design in Engineering and the Physical Sciences*. John Wiley, New York, 601 pp.
- Khazanie, R. (1990). *Elementary Statistics in a World of Applications*. Harper Collins Publishers, New York, 716 pp.
- Kullenberg, G. (1982). *Pollutant Transfer and Transport in the Sea*. CRC Press, Florida, 227 pp.
- Langford, T.E. (1990). *Ecological Effects of Thermal Discharges*. Elsevier Applied Science, London, 455 pp.
- List, J.E., Gartrell, G. and Winant, C.D. (1990). Diffusion and dispersion in coastal waters. *J. Hydraulic Eng.*, 116(10): 1158–1179.
- Lo, J. and Esen, Y. (1987). Physical model study of thermal and chemical pollution in the Shuaiba offshore area of Kuwait. *Environ. Int.*, 13: 253–259.
- Markowski, S. (1959). The cooling water of power stations: a new factor in the environment of marine and freshwater invertebrates. *J. Anim. Ecol.*, 28: 243–258.
- Miller, D.S. and Brighthouse, B.A. (1984). *Thermal Discharges. A guide to power and process plant cooling water discharges into rivers, lakes and seas*. British Hydromechanics Research Assoc., 221 pp.
- Naylor, E. (1965). Effects of heated effluents upon marine and estuarine organisms. *Adv. Mar. Biol.*, 3: 63–103.
- Paul, J.F. and Lick, W.J. (1973a). A numerical model for a three-dimensional variable density jet. Report No. FTAS/TR73-92, School of Engineering, Case Western Reserve Univ., Cleveland, Ohio, pp. 73–92.
- Paul, J.F. and Lick, W.J. (1973b). A numerical model for three-dimensional variable density jet. Proc. 16th Conf. Great Lakes Res., IAGLR, pp. 818–830.
- Policastro, A.J. and Dunn, W.E. (1978). Numerical modeling of surface thermal plumes. In: Z.P. Zaric (ed.), *Thermal Effluent Disposal from Power Generation*. Hemisphere Publishing, Belgrade, pp. 61–97.
- Ruiz, S.M.A. (1993). Desarrollo de experiencias de trabajo en el manejo de una estación climatológica

- en Tuxpan, Ver. Reporte Técnico. Facultad de Ciencias Agrícolas, Univ. Veracruzana, México, 72 pp.
- Sheng, Y.P., Lick, W., Gedney, R.T. and Molls, F.B. (1978). Numerical computation of three-dimensional circulation in Lake Erie: A comparison of a free-surface model and rigid-lid model. *J. Phys. Oceanogr.*, 8: 713–727.
- Simons, T.J. (1975). Verification of numerical models of Lake Ontario. II. Stratified circulations and temperature changes. *J. Phys. Oceanogr.*, 5: 98–110.
- Subramanian, B., Prabu, S.K. and Mahaderan, A. (1990). Influence of thermal power station effluents on hydrobiology of seawater. *Water, Air and Soil Pollut.*, 53: 131–137.
- Suresh, K., Ahamed, M.S., Durairaj, G. and Nair, K.V.K. (1993). Impact of power plant heated effluent on the abundance of sedentary organisms off Kalpakkam, east coast of India. *Hydrobiologia*, 268: 109–114.
- Vasseur, B., Funkquist, L. and Paul, J. (1980). Verification of a numerical model for thermal plumes. SMHI Rapport. *Hydrologi och oceanografi. Sveriges Meteorologiska och Hydrologiska Inst. Norrköping*, 126 pp.
- Vidal, F.V. y Vidal, V.M. (1985). Estudios oceanográficos para el diseño y emplazamiento de centrales de potencia costanera. *Bol. Inst. Invest. Eléctricas*, 9(6): 215–228.
- Waldrop, W.R. and Farmer, R.C. (1974). Three-dimensional computation of buoyant plumes. *J. Geophys. Res.*, 79(9): 1269–1276.
- Washburn, L., Jones, B.H., Bratkovich, A., Dickey, T.D. and Chen, M. (1989). Mixing dispersion, and resuspension in vicinity of ocean wastewater plume. *J. Hydraulic Eng.*, 118(1): 38–58.
- Yanagi, T., Murashita, K. and Higuchi, H. (1982). Horizontal turbulent diffusivity in the sea. *Deep-sea Res.*, 29: 217–226.
- Zambrano, L., Vidal, V.M. y Vidal, F.V. (1993). Estudios meteorológicos y corrientométricos aplicados al emplazamiento de centrales de potencia en las costas del Golfo de México. Resumen V Congreso Latinoamericano de Ciencias del Mar, 27 de septiembre a 1 de octubre de 1993, La Paz, BCS, México, p. 162.

APÉNDICE 1

Como resultado de suponer el fondo irregular, las ecuaciones hidrodinámicas son presentadas en su forma adimensional, las cuales forman el modelo básico:

Assuming an irregular bottom, the hydrodynamical equations are presented in their adimensional form, which form the basic model:

Conservación de masa/*Conservation of mass*

$$\frac{1}{h} \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial(hv)}{\partial y} + \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma} = 0 \quad (1)$$

Conservación de momento longitudinal/*Conservation of longitudinal momentum*

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + R_e \left(\frac{1}{h} \frac{\partial(hu^2)}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial(huv)}{\partial y} + \frac{\partial(\Omega u)}{\partial \sigma} \right) + R_0 v \\ &= - \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{R_e}{F_r^2} \left[h \int_0^\sigma \frac{\partial \Delta \rho}{\partial x} d\sigma + \frac{\partial h}{\partial x} \left(\int_0^\sigma \Delta \rho \sigma - \sigma \Delta \rho \right) \right] \\ &+ \frac{1}{h} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \left(\frac{b_0}{h_0} \right)^2 \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\gamma \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Conservación de momento lateral/*Conservation of lateral momentum*

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v}{\partial t} + R_e \left(\frac{1}{h} \frac{\partial(huv)}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial(hv^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\Omega v)}{\partial \sigma} \right) + R_0 u \\ &= \left(- \frac{\partial P}{\partial y} \right) - \frac{R_e}{F_r^2} \left[h \int_0^\sigma \frac{\partial \Delta \rho}{\partial y} d\sigma + \frac{\partial h}{\partial y} \left(\int_0^\sigma \Delta \rho d\sigma - \sigma \Delta \rho \right) \right] \\ &+ \frac{1}{h} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \left(\frac{b_0}{h_0} \right)^2 \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\gamma \frac{\partial v}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Conservación de energía/*Conservation of energy*

$$\begin{aligned} & P_r \left[\frac{\partial \Delta T}{\partial t} + R_e \left(\frac{1}{h} \frac{\partial(hu \Delta T)}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial(hv \Delta T)}{\partial y} + \frac{\partial(\Omega \Delta T)}{\partial \sigma} \right) \right] \\ &= \frac{1}{h} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial \Delta T}{\partial y} \right) \right] + \left(\frac{b_0}{h_0} \right)^2 \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\beta \frac{\partial T}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Conservación de momento vertical/*Conservation of vertical momentum*

$$\frac{1}{h} \frac{\partial P}{\partial \sigma} = \frac{R_e}{F_r^2} (1 + \Delta\rho) \quad (5)$$

Ecuación de estado del agua de mar/*Equation of state of the water*

$$\Delta\rho = f(\Delta T) \quad (6)$$

Ecuación de presión superficial/*Equation of surface pressure*

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_s}{\partial y^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \int_0^1 A d\sigma - \frac{\partial}{\partial y} \int_0^1 B d\sigma - \frac{\partial}{\partial t} [w(\sigma = 0)] \\ &+ \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^1 A' d\sigma + \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial y} \int_0^1 B' d\sigma \end{aligned} \quad (7)$$

Para mayores detalles ver Paul y Lick (1973a, b) y Vasseur *et al.* (1980).
For greater detail see Paul and Lick (1973a, b) and Vasseur et al. (1980).