

## ACERCA DE LAS CONDICIONES DE GENERACIÓN DE LAS ONDAS INTERNAS DE MAREA EN LA COSTA OCCIDENTAL DE MÉXICO

### ON THE CONDITIONS OF INTERNAL TIDE WAVE GENERATION ALONG THE WEST COAST OF MEXICO

A.E. Filonov<sup>1,2</sup>  
C. Monzón<sup>1</sup>  
I. Tereshchenko<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Física, CUCEI  
Universidad de Guadalajara  
Apartado postal 4-079  
Guadalajara 44421, Jalisco, México

<sup>2</sup> OGMI, Lvovskaia 15  
Odessa 270016, Ucrania

*Recibido en junio de 1995; aceptado en marzo de 1996*

#### RESUMEN

Con base en un modelo lineal, se estiman los principales parámetros de las mareas y ondas internas semidiurnas de altas frecuencias para la plataforma y pendiente continental cerca de las costas mexicanas de los estados de Jalisco y Colima. Por datos de la distribución vertical de la frecuencia de Brunt-Väisälä y por medio de cartas batimétricas actualizadas, se calculan las trayectorias de los flujos de energía ( $\gamma$ ) de la marea interna y la pendiente del fondo marino ( $\alpha$ ) en el talud continental, respectivamente. Se muestra que para la mayoría de las secciones del fondo se encuentran valores cercanos al crítico  $\alpha/\gamma \approx 1$ , lo cual testifica que existen las condiciones favorables para la generación de las mareas internas en el área de estudio de la costa del Océano Pacífico. Con base en el modelo de Baines (1982), se realizan los cálculos del flujo de energía de la onda barotrópica  $M_2$ , a las ondas internas y se estiman sus amplitudes. Se muestra que los flujos de energía y amplitud de la marea interna dependen no sólo de la intensidad de la marea barotrópica, sino también de los ángulos de su llegada al borde de la plataforma.

*Palabras clave:* ondas internas, generación, flujos de energía, amplitud.

#### ABSTRACT

Baines' (1982) model was used to calculate the energy flux of the barotropic  $M_2$  waves to internal waves. An estimation of their amplitudes in a section where the continental shelf declines was calculated. Fluxes and amplitudes of the internal waves are shown to be not only dependent on the barotropic tide intensity but also on its arrival angle to the shelf, which changes greatly. By using the vertical distribution of the Brunt-Väisälä frequency in the region of study, the trajectories of the energy flux ( $\gamma$ ) of the internal waves were calculated. By using bathymetric maps, the inclination of the shelf relief ( $\alpha$ ) was obtained. Our results show that  $\alpha/\gamma \approx 1$  is true for most of the sections in the continental slope, indicating optimum conditions for the generation of internal tides close to the Mexican Pacific coast. According to the linear model of internal waves, an estimation of the parameters of the semidiurnal internal tides close to the continental slope and on the shelf was made.

*Key words:* internal waves, generation, energy fluxes, amplitude.

## INTRODUCCIÓN

Entre los más impresionantes de todos los procesos que ocurren en la plataforma continental (cuya investigación no sólo tiene valor práctico y económico, sino además científico), se encuentran los procesos de generación y transformación de las ondas internas de marea en la plataforma. Las mareas internas se manifiestan en oscilaciones periódicas de las velocidades de las corrientes, en la temperatura, salinidad, velocidad del sonido y otras características fisicoquímicas; presentan grandes amplitudes y actúan en la dinámica de toda la masa de agua de la plataforma continental.

Como se muestra en una serie de trabajos teóricos (Baines, 1982; Graig, 1987; Vlasenko, 1989, 1991, y otros), la generación de la marea interna se realiza principalmente en el talud continental adyacente a la plataforma. Esta generación varía significativamente de lugar en lugar, en función de la pendiente del fondo  $\alpha$  y de la estratificación en densidad del agua, la cual determina la inclinación  $\gamma$  de la trayectoria del rayo a lo largo del cual se propaga la energía de la marea interna. La energía de la marea barotrópica se transforma más efectivamente en baroclínica cuando  $\alpha/\gamma \approx 1$ , que se considera un valor crítico. Con valores por encima del crítico, la energía de la marea interna se propaga con dirección a mar abierto, y por debajo del crítico se refleja con dirección hacia la plataforma continental (Graig, 1987). En su avance hacia la costa, debido a sus grandes amplitudes (de hasta 10-20 m) y pendientes, las ondas internas rápidamente se vuelven no lineales, lo que las hace inestables y en algunos casos se desintegran en grupos de ondas más cortas con menores amplitudes, las cuales por último disipan completamente su energía en la costa (Sandström y Elliott, 1984). De esta manera, la plataforma continental sirve como vertedero de la energía de la marea interna, creada por la marea barotrópica sobre el talud continental.

Mareas internas con grandes amplitudes han sido observadas en la plataforma continental de muchas regiones del océano mundial (Ostrovsky y Stepanyants, 1989), incluso en la plataforma continental de California (Apel y

## INTRODUCTION

Of all the processes that occur along the continental shelf (the research of which is not only of practical and economical importance, but also scientific), the most impressive are the processes of generation and transformation of internal tide waves. Internal tides are shown by periodical oscillations in current velocities, temperature, salinity, sound velocity and other physicochemical characteristics; they vary greatly and affect the dynamics of the entire water mass of the continental shelf.

As demonstrated in a series of theoretical works (Baines, 1982; Graig, 1987; Vlasenko, 1989, 1991, among others), internal tide generation principally occurs along the continental slope adjacent to the shelf. This generation varies significantly from place to place, in terms of the bottom slope  $\alpha$  and water density stratification that determine the  $\gamma$  inclination of the trajectory of the ray along which the energy of the internal tide propagates. Barotropic tide energy is more effectively transformed to baroclinic when  $\alpha/\gamma \approx 1$ , which is considered the critical value. With super-critical values, the energy of the internal tide is propagated offshore, whereas with sub-critical, the direction is towards the continental shelf (Graig, 1987). Due to their large amplitudes (from 10 to 20 m) and slopes, the internal waves in an onshore direction quickly become nonlinear, which makes them unstable and, on occasion, breaks them up into groups of shorter waves with smaller amplitudes that completely dissipate their energy on the coast (Sandström and Elliott, 1984). Thus, the continental shelf serves as a sink for the energy from the internal tide, created by the barotropic tide over the continental slope.

Internal tides with large amplitudes have been observed along the continental shelf in many parts of the ocean (Ostrovsky and Stepanyants, 1989), including the continental shelf of California (Apel and González, 1983; Howell and Brown, 1985, among others). However, until now there was no study that dealt with the estimation of the internal tide parameters along the coasts of Mexico. This is the first

González, 1983; Howell y Brown, 1985, y otros). Sin embargo, no existe ningún trabajo sobre la estimación de los parámetros de las mareas internas en las costas de México. En este sentido, el presente trabajo es el primero para la región del Océano Pacífico adyacente a los estados de Jalisco y Colima, y está dedicado al estudio de las condiciones de generación de las mareas internas, así como a las peculiaridades de su propagación desde la posición de la teoría de las ondas internas.

## MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio de las condiciones de generación de las ondas internas de marea en la zona costera de los estados de Jalisco y Colima se realizó con el material de dos levantamientos oceanológicos llevados a cabo a bordo del B/O *H05-Altair* de la Secretaría de Marina de la Armada de México, del 4 al 10 de abril de 1991 y del 7 al 15 de noviembre de 1992, con un total de 43 estaciones. Los trabajos en el mar fueron realizados por colaboradores del Instituto Oceanográfico de Manzanillo (IOM) y de la Universidad de Guadalajara. El equipo utilizado fue proporcionado por el IOM. Las coordenadas de las estaciones se determinaron con la ayuda del sistema de navegación por satélite de la nave. La temperatura y salinidad del agua se midieron en los niveles 0, 10, 25, 50, 100, 150, 200, 500, 800 (750) y 1,000 m por los métodos estándares, con ayuda de termómetros reversibles y un salinómetro Autosal-8400A de marca Guildline. Las muestras de agua para el análisis se obtuvieron con botellas tipo Niskin de PVC de 2.5 litros. Los dos levantamientos se llevaron a cabo en una misma red de estaciones oceanológicas; la posición de las estaciones se muestra en la fig. 1, en la que también se reproduce la carta de isóbatas tomada de un atlas (Secretaría de Marina, 1987), con base en la cual se determinaron las pendientes del fondo en la región de estudio. La zona del Océano Pacífico adjunta a los estados de Jalisco y Colima presenta una plataforma continental angosta; si nos limitamos a la isóbata de 200 m, se encuentra a sólo 7-10 km de la costa. Más adelante de la plataforma, hacia aguas profundas, el

study to be conducted for the Pacific Ocean off the states of Jalisco and Colima on the conditions of internal tide generation and the peculiarities of its propagation using the theory of internal waves.

## MATERIALS AND METHODS

The study of the conditions of internal tide wave generation in the coastal zone of the states of Jalisco and Colima was carried out using data from two oceanographic surveys conducted aboard the R/V *H05-Altair* of the Mexican Navy, from 4 to 10 April 1991 and from 7 to 15 November 1992, with a total of 43 stations. Colleagues from the Instituto Oceanográfico de Manzanillo (IOM) and from the Universidad de Guadalajara conducted the oceanographic studies. The IOM provided the equipment used in the studies. The coordinates of the stations were determined with the ship's satellite navigation system. Standard methods were used to measure water temperature and salinity at 0, 10, 25, 50, 100, 150, 200, 500, 800 (750) and 1,000 m, using a reversing thermometer and a Guildline, Autosal-8400A salinometer. The water samples were collected with 2.5-liter PVC Niskin bottles. The same grid of stations was used for both surveys; the position of the stations is shown in fig. 1, as well as the isobath chart, taken from an atlas (Secretaría de Marina, 1987) and used to determine the bottom slopes of the study area. The area of the Pacific Ocean off the states of Jalisco and Colima has a narrow continental shelf. If we limit ourselves to the 200-m isobath, it is only 7-10 km offshore. Farther out from the shelf, towards deeper waters, the bottom opens abruptly in the direction of the Mid-America Trench, with slopes of eight to ten degrees.

### Models used

A linear model (Miropolskiy, 1981) was used to estimate the parameters of the internal waves, under real stratification conditions. This model uses the approximation of Boussinesq and  $f = \text{const}$ , which describes the free, small-

fondo se abre abruptamente en dirección de la fosa Central Americana, presentándose aquí pendientes que alcanzan de ocho a diez grados.

**Modelos utilizados**

Para la estimación de los parámetros de las ondas internas, en condiciones de estratificación real, fue empleado un modelo lineal (Miropolskiy, 1981) que utiliza la aproximación de Boussinesq y  $f = const$ , el cual describe las ondas internas libres de pequeña amplitud que se propagan en un océano horizontal homogéneo en reposo.

El sistema de ecuaciones inicial se lleva, por medio de una diferenciación cruzada, a una ecuación con respecto a la velocidad vertical  $w$  en la onda interna. En la suposición que

$$w(x, y, z, t) = W(z) \cdot \exp \{i(\mathbf{k}_h \cdot \mathbf{x} - \omega t)\} \quad (1)$$

se resolvió el siguiente problema de contorno:

$$\frac{d^2 W(z)}{dz^2} + k_h^2 \frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2 - f^2} W(z) = 0 \quad (2)$$

con las condiciones de frontera

$$\frac{dW(z)}{dz} = \frac{gk_h^2}{\omega^2 - f^2} W(z) \quad \text{en } z = 0 \quad (3)$$

$$W(z) = 0 \quad \text{en } z = -H \quad (4)$$

Aquí,  $W(z)$  es la amplitud de la velocidad vertical;  $\mathbf{k}_h = \{k_x, k_y\}$  es el vector de onda horizontal  $k_h = |\mathbf{k}_h|$ ;  $\mathbf{x} = \{x, y\}$  es el vector posición;  $\omega$  es la frecuencia de la oscilación;  $f = 2|\Omega| \sin\phi$  es el parámetro de Coriolis;  $N^2(z) = g/\rho_0 d\rho_0/dz$  es la frecuencia de Brunt-Väisälä;  $\rho_0$  es la densidad del agua no perturbada.

Debido a que en condiciones reales la frecuencia de Brunt-Väisälä presenta un perfil vertical complejo, el problema de contorno (2)-(4) se resolvió numéricamente. Por medio de la aproximación de diferencias finitas, se llevó a un sistema de ecuaciones lineales para los niveles con valores conocidos de  $N(z)$ , el cual se cerró con las condiciones de frontera en el

amplitud internal waves that propagate in a homogeneous horizontal ocean at rest.

Using a cross-differentiation, the initial equation system results in an equation for the vertical velocity  $w$  in the internal wave. Assuming

$$w(x, y, z, t) = W(z) \cdot \exp \{i(\mathbf{k}_h \cdot \mathbf{x} - \omega t)\} \quad (1)$$

the following boundary value problem is resolved:

$$\frac{d^2 W(z)}{dz^2} + k_h^2 \frac{N^2(z) - \omega^2}{\omega^2 - f^2} W(z) = 0 \quad (2)$$

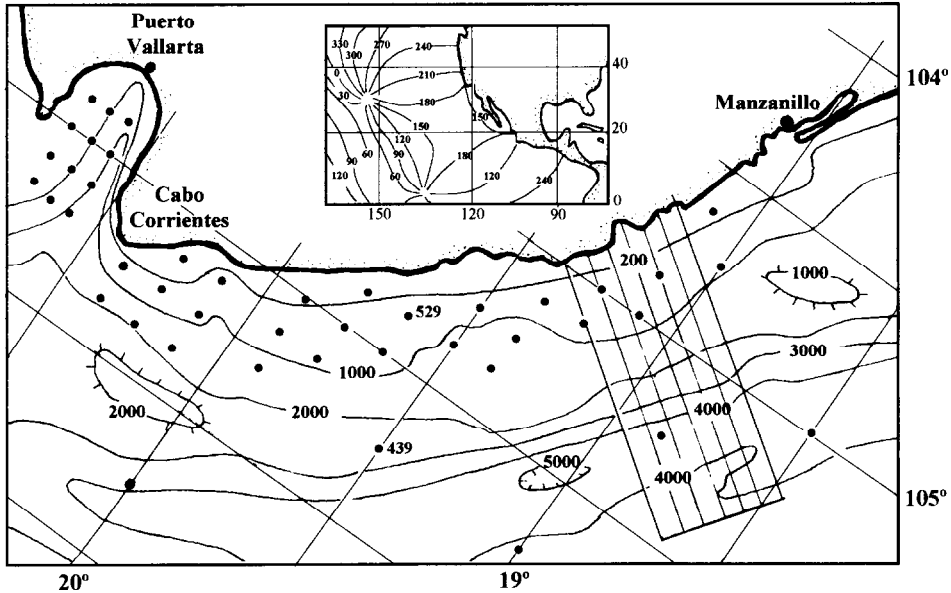
with the boundary conditions

$$\frac{dW(z)}{dz} = \frac{gk_h^2}{\omega^2 - f^2} W(z) \quad \text{in } z = 0 \quad (3)$$

$$W(z) = 0 \quad \text{in } z = -H \quad (4)$$

where  $W(z)$  is the amplitude of the vertical velocity,  $\mathbf{k}_h = \{k_x, k_y\}$  is the horizontal wave vector  $k_h = |\mathbf{k}_h|$ ,  $\mathbf{x} = \{x, y\}$  is the position vector,  $\omega$  is the frequency of the oscillation,  $f = 2|\Omega| \sin\phi$  is the Coriolis parameter,  $N^2(z) = g/\rho_0 d\rho_0/dz$  is the Brunt-Väisälä frequency and  $\rho_0$  is the undisturbed water density.

Because the Brunt-Väisälä frequency presents a complex vertical profile under real conditions, the boundary value problems (2)-(4) are resolved numerically. A system of linear equations was derived from the approximation of finite differences for the levels with known values of  $N(z)$ , and the problem was closed with the boundary conditions at the ocean bottom and surface. The system of linear equations was resolved with the iterative method of Gauss-Siedel, which checks for convergence towards the exact solution in each iteration. The eigenfunctions  $W_n(\omega, z)$  and eigenvalues  $k_n(\omega)$  were estimated for fixed  $n$  mode numbers and frequency values of the internal waves  $\omega$ . The dispersion relations  $\omega = \omega(k_n)$  were calculated in this manner. The results of the calculations of the internal wave parameters are discussed later.



**Figura 1.** Carta batimétrica de la región costera del Océano Pacífico adyacente a los estados de Jalisco y Colima, México. Con puntos se muestra la posición de las estaciones oceanológicas y con un rectángulo se señala la zona para la cual se calcularon las trayectorias del flujo de energía de la marea interna. En la parte superior de la figura se presenta una carta cotidal de la onda  $M_2$  para la parte nororiental del Océano Pacífico.

**Figure 1.** Bathymetric chart of the coastal zone of the Pacific Ocean off the states of Jalisco and Colima, Mexico. Dots indicate the position of the oceanographic stations and the rectangle indicates the area for which the trajectories of the flux of energy of the internal tide were calculated. A cotidal chart of the  $M_2$  wave of the northeastern part of the Pacific Ocean is presented in the upper part of the figure.

fondo y superficie del océano. El sistema de ecuaciones lineales se resolvió por el método iterativo de Gauss-Seidel con revisión de convergencia a la solución exacta en cada iteración. Se estimaron las funciones propias  $W_n(\omega, z)$  y valores propios  $k_n(\omega)$  para números de modo  $n$  fijos y valores de frecuencias de las ondas internas  $\omega$ . De esta forma se calcularon las relaciones de dispersión  $\omega = \omega(k_n)$ . Los resultados de los cálculos de los parámetros de las ondas internas se discuten más adelante.

Para la estimación del flujo de energía de la marea barotrópica a la interna, se utilizó el modelo lineal de Baines (1982), el cual describe la generación de las ondas internas sobre el talud continental en un océano de tres capas. De acuerdo con el modelo, se tomó como

Baines' (1982) linear model was used to estimate the flux from barotropic to internal energy. This model describes the generation of internal waves over the continental slope in a three-layered ocean. According to the model, the upper layer with  $d$  thickness was considered homogeneous ( $N = 0$ ); there was a discontinuity layer in the stratified lower layer, under which density increases slightly with depth:

$$N^2(z) = N_0^2 + g \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \delta(z+d), \quad -H < z \leq -d \quad (5)$$

Here,  $\Delta\rho$  is the decrease in density in the discontinuity layer;  $N_0$ , the mean Brunt-Väisälä frequency in the stratified layer, which is considered a constant value;  $\delta(\cdot)$ , the Dirac delta

homogénea ( $N = 0$ ) la capa superior de grosor  $d$ ; en la inferior, estratificada, se dio una capa de salto, abajo de la cual la densidad aumenta suavemente con la profundidad:

$$N^2(z) = N_0^2 + g \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \delta(z+d), \quad -H < z \leq -d \quad (5)$$

Aquí,  $\Delta\rho$  es la disminución de la densidad en la capa de salto;  $N_0$ , la frecuencia media de Brunt-Väisälä en la capa estratificada, la cual es considerada como un valor constante;  $\delta(\cdot)$ , la función delta de Dirac. El flujo de energía, por este modelo, se determina por la expresión

$$E_{flux} = \beta_1 \beta_2 \rho_0 Q^2 N_0 \left( \frac{\omega^2 - f^2}{\omega^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

donde  $\beta_1$  es un coeficiente adimensional, calculado al integrar la velocidad de la corriente por la coordenada vertical en la marea ascendente. Para diferentes condiciones su valor cambia desde 0.070 hasta 0.075. En nuestros cálculos, escogimos un valor medio igual a 0.0725;

$$\beta_2 = (1-R)^2 + \frac{R^2(1-R)}{(1+\sqrt{1+R})^2} + 2(1-R) \cdot \gamma_1 \cdot \gamma_2 \quad (7)$$

es el coeficiente que considera la característica de la estratificación y la forma del relieve del fondo en el punto del océano para el cual se realizan los cálculos. Aquí  $R = d/H_L$ , donde  $H_L$  es la profundidad de la plataforma continental;  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  son funciones que dependen de  $R$  y  $\phi = H_L(\omega^2 - f^2)^{1/2} / [(g'd)^{1/2} \cdot \alpha]$ , donde  $g' = g \Delta\rho/\rho_0$  es la aceleración reducida de la fuerza de gravedad;  $\alpha = dz/dx$  es la inclinación del fondo en la pendiente continental;  $Q$  es el gasto de agua en el flujo barotrópico ascendente. Las funciones  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  fueron calculadas por Baines (1982). Por definición, la energía de la marea interna es igual a

$$E = E_{flux} / C_g \quad (8)$$

Al mismo tiempo,  $E = g\Delta\rho \bar{\xi}_0^2$ , donde  $\bar{\xi}_0^2 = a^2/2$ ,  $a$  es la amplitud y  $C_g = \{g'd(1-d/H)\}^{1/2}$  es la velocidad de grupo de las ondas. De aquí

function. The flux of energy with this model is determined by the expression

$$E_{flux} = \beta_1 \beta_2 \rho_0 Q^2 N_0 \left( \frac{\omega^2 - f^2}{\omega^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

where  $\beta_1$  is the adimensional coefficient, calculated by integrating the current velocity with the vertical coordinate in the rising tide. Under different conditions, this value changes from 0.070 to 0.075. In our calculations, we chose an average value of 0.0725;

$$\beta_2 = (1-R)^2 + \frac{R^2(1-R)}{(1+\sqrt{1+R})^2} + 2(1-R) \cdot \gamma_1 \cdot \gamma_2 \quad (7)$$

is the coefficient that takes into account the characteristics of the stratification and the shape of the bottom relief at the point of the ocean for which the calculations are made. Here,  $R = d/H_L$ , where  $H_L$  is the depth of the continental shelf;  $\gamma_1$  and  $\gamma_2$  are  $R$ -dependent functions and  $\phi = H_L(\omega^2 - f^2)^{1/2} / [(g'd)^{1/2} \cdot \alpha]$ , where  $g' = g \Delta\rho/\rho_0$  is reduced gravity;  $\alpha = dz/dx$  is the bottom inclination of the continental slope;  $Q$  is the total water flow in the rising barotropic flux. The  $\gamma_1$  and  $\gamma_2$  functions were calculated by Baines (1982). By definition, the energy of the internal tide is equal to

$$E = E_{flux} / C_g \quad (8)$$

Likewise,  $E = g\Delta\rho \bar{\xi}_0^2$ , where  $\bar{\xi}_0^2 = a^2/2$ ,  $a$  is the amplitude and  $C_g = \{g'd(1-d/H)\}^{1/2}$  is the group velocity of the waves. From this we obtain the formula for estimating the amplitude of the internal tide:

$$a = \left\{ \frac{2E_{flux}}{g\Delta\rho C_g} \right\}^{1/2} \quad (9)$$

### Characteristics of the stratification in the study area

The characteristics of the stratification of the waters in the area are needed to calculate the parameters of the internal waves. However,

obtenemos la fórmula para la estimación de la amplitud de la marea interna:

$$a = \left\{ \frac{2L f_{max}}{g \Delta \rho C_g} \right\}^{1/2} \quad (9)$$

### Carácter de la estratificación en el área de estudio

Para el cálculo de los parámetros de las ondas internas es indispensable conocer el carácter de la estratificación de las aguas de la región. Sin embargo, este análisis es materia para una investigación por separado, por ello, en el presente trabajo sólo veremos las características medias de la estratificación de las aguas.

Los datos de temperatura y salinidad, obtenidos en los levantamientos de primavera y otoño, fueron promediados y con ellos se calcularon los perfiles medios de la frecuencia de Brunt-Väisälä (se utilizó un algoritmo de cálculo de  $N(z)$  descrito en Unesco, 1991), los cuales se presentan en la fig. 2. La diferencia de las distribuciones medias de la  $T(z)$ ,  $S(z)$  y  $N(z)$  para las dos épocas del año son significativas sólo en la capa superior de los 200 m. Por ejemplo, en la superficie se alcanzan diferencias de temperatura de casi 8°C y de salinidad cerca de 0.15 ppm. Comparativamente, sólo en la capa delgada superior del océano se presenta una gran amplitud de las oscilaciones estacionales de las  $T, S$  características de las masas de agua del área de estudio, y no alcanza a involucrar a sus capas más profundas.

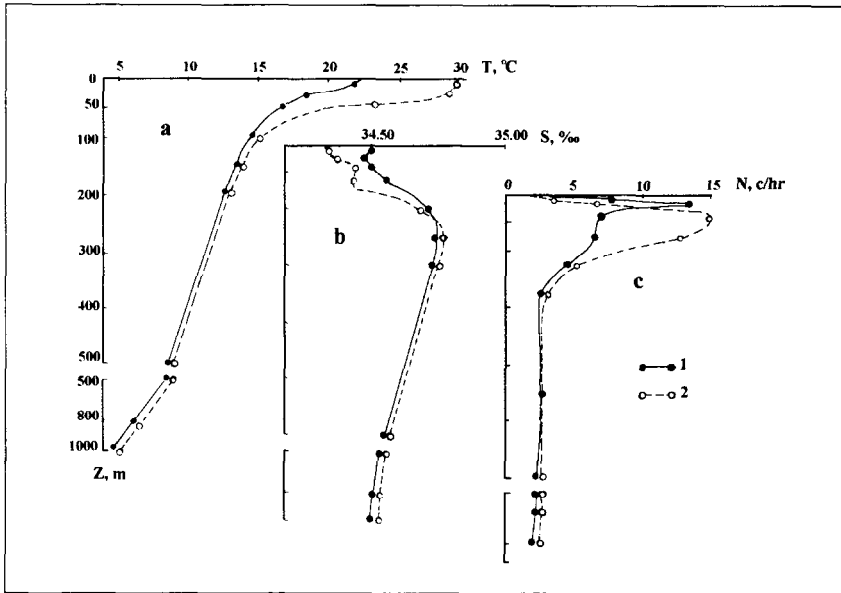
La variabilidad estacional de la frecuencia de Brunt-Väisälä presenta algunas particularidades. El rasgo característico de los perfiles medios de  $N(z)$  es la existencia de un notorio máximo con valor de 15 ciclos/h en el nivel de 20 m en otoño y de 12.5 ciclos/h en el nivel de 10 m en primavera. Por consecuencia, la capa superior del océano, aproximadamente entre la superficie y los niveles de 150-180 m, puede servir como conductor de ondas para un amplio espectro de ondas internas con frecuencias hasta de 10-15 ciclos/h (periodos de 4-6 min). La distribución de  $N(z)$  de primavera presenta un máximo más angosto desplazado hacia la

this analysis represents material for a separate study and, therefore, we will only deal with the mean stratification characteristics of the waters.

The temperature and salinity data obtained during the fall and spring surveys were averaged and used to calculate the mean profiles of the Brunt-Väisälä frequency (an  $N(z)$  algorithm was used, described in Unesco, 1991); they are presented in fig. 2. The difference in the mean distributions of  $T(z)$ ,  $S(z)$  and  $N(z)$  for the two seasons is significant only in the layer above 200 m. For example, at the surface there are differences in temperature of almost 8°C and in salinity of 0.15 ppm. Comparatively, only in the thin upper layer of the ocean is there a large range of seasonal oscillations of the characteristic  $T, S$  of the water masses of the study area, and it does not include the deeper layers.

The seasonal variability of the Brunt-Väisälä frequency presents some particularities. The characteristic trait of the  $N(z)$  mean profiles is the noticeable maximum of 15 cycles/h in the 20-m level during fall and the 12.5 cycles/h in the 10-m level during spring. Consequently, the upper layer of the ocean, approximately between the surface and the levels of 150-180 m, acts as a wave guide for a wide range of internal waves with frequencies of 10-15 cycles/h (4-6 min periods). The  $N(z)$  distribution during spring presents a narrower maximum displaced towards the surface, under which there is a step. This can be observed with more detailed temperature and salinity measurements as a second peak of the  $N(z)$ , with a maximum of 6-7 cycles/h in the 60-70 m levels. The appearance of this step is related to the weakening and increase of the vertical temperature and salinity gradients, respectively, in the middle levels, from the surface boundary of the water mass to the nucleus of the subsurface with high salinity that is clearly observed in this area (Hidrología del Océano Pacífico, 1968). Below the 200-m level, the Brunt-Väisälä frequency slowly decreases from 2-3 cycles/h to 0.6 cycles/h at the bottom.

The  $N(z)$  profile of the entire ocean layer is essential for numerically solving the boundary value problems (2)-(4). Since we did not have deep measurements, information of the  $T(z)$  and  $S(z)$  values for levels deeper than 1,000 m were



**Figura 2.** Distribuciones verticales medias de todas las estaciones de la temperatura (a), salinidad (b) y frecuencia de Brunt-Väisälä (c). 1. Levantamiento de abril de 1991. 2. Levantamiento de noviembre de 1992.

**Figure 2.** Mean vertical distributions at all the stations of temperature (a), salinity (b) and the Brunt-Väisälä frequency (c). 1. April 1991 survey. 2. November 1992 survey.

superficie, abajo del cual se sitúa un "peldaño". Éste es posible que se vea, con mediciones más detalladas de la temperatura y salinidad, como un segundo pico de  $N(z)$  con un máximo de 6-7 ciclos/h en los niveles de 60-70 m. La aparición del "peldaño" está relacionada con el debilitamiento e incremento de los gradientes verticales de temperatura y salinidad, respectivamente, en los niveles intermedios, desde la frontera de la masa de agua superficial hasta el núcleo de la subsuperficial con salinidad elevada, la cual se distingue claramente en esta región (Hidrología del Océano Pacífico, 1968). Más abajo del nivel de 200 m, la frecuencia de Brunt-Väisälä disminuye suavemente desde un valor de 2-3 ciclos/h hasta 0.6 ciclos/h en el fondo.

Para la solución numérica del problema de contorno (2)-(4) es indispensable conocer el perfil de  $N(z)$  en toda la capa del océano. Debido a que no se contaba con mediciones profundas, la información de los valores de  $T(z)$

taken from the Atlas del Océano Pacífico (1974) and the monograph Hidrología del Océano Pacífico (1968) to calculate the Brunt-Väisälä frequency.

**RESULTS**

**Numerical solution of the internal wave equation**

The parameters of the internal waves in the study area were estimated by calculating the eigenfunctions (vertical velocity  $W_n(z)$ ), the wavenumbers and phase speeds for the first three modes in the semidiurnal tide ( $\tau = 12.4$  h,  $M_2$  wave) and in the 1-h period (time when the wave guide narrows). The values of the parameters for one station in the continental shelf and over the area where depth increases are given in table 1; the graphs of the corresponding eigenfunctions and dispersion relations are shown in fig. 3.



y  $S(z)$  en los niveles por debajo de los 1,000 m, necesaria para el cálculo de la frecuencia de Brunt-Väisälä, fue tomada del Atlas del Océano Pacífico (1974) y de la monografía Hidrología del Océano Pacífico (1968).

## RESULTADOS

### Solución numérica de la ecuación de las ondas internas

Los parámetros de las ondas internas en el área de estudio fueron estimados mediante el cálculo de las funciones propias (velocidad vertical  $W_n(z)$ ), los números de onda y las velocidades de fase para los tres primeros modos con el periodo de la marea semidiurna ( $\tau = 12.4$  h, onda  $M_2$ ) y para el periodo de una hora (periodo de ondas). Los valores de los parámetros mencionados para una estación en la plataforma continental y sobre la zona donde se incrementa la profundidad, se dan en la tabla 1; las gráficas de las correspondientes funciones propias y relaciones de dispersión se muestran en la fig. 3.

Es claro que la variación de la profundidad del lugar actúa de manera determinante en los resultados de los cálculos numéricos. Así, la longitud de la onda semidiurna del primer modo en la estación profunda ( $H = 3,000$  m) es igual a 106.6 km, mientras que en la plataforma continental ( $H = 382$  m) es de sólo 58.4 km. De esta forma, las velocidades de fase de las ondas (2.39 y 1.31 m/seg, respectivamente) tienen una relación cercana a dos. Una relación análoga se observa en los parámetros de modos mayores.

Contrariamente, las longitudes y velocidades de fase calculadas para las ondas internas con periodo de una hora, difieren en no más de un 20% en las dos estaciones observadas. Esto se explica debido a que la frecuencia de 1 ciclo/h en las capas profundas del océano sobresale de la frontera derecha de la frecuencia de la región de existencia de las ondas internas ( $f \leq \omega \leq N_{\max}(z)$ ); por ello, en la fig. 3c, en la estación profunda debajo del nivel de 200 m, se ven "colas" amortiguadas de las funciones propias. Los cálculos mostraron que al acercarse a esta frecuencia por la parte de las frecuencias bajas, todos los parámetros de las ondas internas cambian bruscamente (la longitud de onda,

It is clear that the variation in depth of the area is decisive in the results of the numerical calculations. The length of the semidiurnal wave of the first mode at the deep station ( $H = 3,000$  m) is equal to 106.6 km, whereas in the continental shelf ( $H = 382$  m) it is only 58.4 km. Thus, the phase speeds of the waves (2.39 and 1.31 m/sec, respectively) have a relation close to two. An analogous relation is observed in the parameters of higher modes.

To the contrary, the lengths and phase speeds calculated for the internal waves with a 1-h period differ by no more than 20% in the two seasons observed. This is because the frequency of 1 cycle/h in the deep-ocean layers exceeds the right frequency boundary of the region where internal waves exist ( $f \leq \omega \leq N_{\max}(z)$ ); thus, dampened tails are observed in the eigenfunctions of the deep station below the 200-m level in fig. 3. The calculations show that upon nearing this frequency via the low frequencies, all the parameters of the internal waves change drastically (wavelength, phase speed and depth of the eigenfunction maximums decrease by 30-40%). For the shallow station of the continental shelf, the theoretical lengths of the semidiurnal and 1-h internal waves differ by more than one order of magnitude, whereas the phase speeds for all the modes are practically equal. This is because the inclination angles, tangential to the corresponding dispersion curves in the 0.081 and 1 cycle/h frequencies, are practically the same. The variation of the inclination angles of the dispersion curves and the variation of the phase speed begins at the 5 cycles/h frequency, that is, inside the narrow wave guide of the peak formed by the Brunt-Väisälä frequency in the upper layers of the ocean that have characteristically large vertical density gradients.

The differences of the theoretical parameters of the internal waves during the same seasons were also calculated. It was found that seasonal variability does not influence the parameters of the semidiurnal and 1-h internal waves; the differences did not exceed 0.05%. However, as demonstrated by the calculations, seasonal variability should significantly alter the parameters of the high-frequency internal waves with frequencies, for example, of 5-6 cycles/h or more.

**Tabla 1.** Parámetros teóricos de las ondas internas con periodo de marea semidiurna y con periodo de una hora.

**Table 1.** Theoretical parameters of the internal waves with a semidiurnal and one-hour tidal period.

Número de modo	$\omega = 0.00806$ ciclos/h			$\omega = 1$ ciclo/h		
	$k_h$ (ciclos/h)	$\lambda$ (km)	$C$ (m/seg)	$k_h$ (ciclos/h)	$\lambda$ (km)	$C$ (m/seg)
Estación en el talud continental (est. N 439, 09/04/1991, $H = 3,000$ m)						
1	$9.38 \cdot 10^{-3}$	106.6	2.39	$1.64 \cdot 10^{-1}$	6.09	1.69
2	$1.85 \cdot 10^{-2}$	54.2	1.21	$3.08 \cdot 10^{-1}$	3.25	0.9
3	$2.55 \cdot 10^{-2}$	39.2	0.88	$4.30 \cdot 10^{-1}$	2.33	0.65
Estación en la plataforma continental (est. N 529, 12/11/1992, $H = 382$ m)						
1	$1.71 \cdot 10^{-2}$	58.4	1.31	$2.14 \cdot 10^{-1}$	4.71	1.31
2	$4.08 \cdot 10^{-2}$	24.5	0.55	$5.17 \cdot 10^{-1}$	1.92	0.53
3	$5.63 \cdot 10^{-2}$	17.6	0.39	$7.11 \cdot 10^{-1}$	1.4	0.39

la velocidad de fase y la profundidad de los máximos de las funciones propias disminuyen en un 30-40%). Para la estación somera en la plataforma continental, las longitudes teóricas de las ondas internas semidiurnas y de una hora se diferencian en más de un orden de magnitud, mientras que las velocidades de fase para todos los modos son prácticamente iguales. Esto se debe a que los ángulos de inclinación, tangenciales a las correspondientes curvas de dispersión en las frecuencias de 0.081 y 1 ciclos/h, prácticamente no se diferencian. La variación de los ángulos de inclinación de las curvas de dispersión y la variación de la velocidad de fase se presentan comenzando desde la frecuencia de 5 ciclos/h, esto es, en el interior de la angosta guía de ondas del pico formado en la frecuencia de Brunt-Väisälä en las capas superiores del océano, para las cuales son característicos grandes gradientes verticales de densidad.

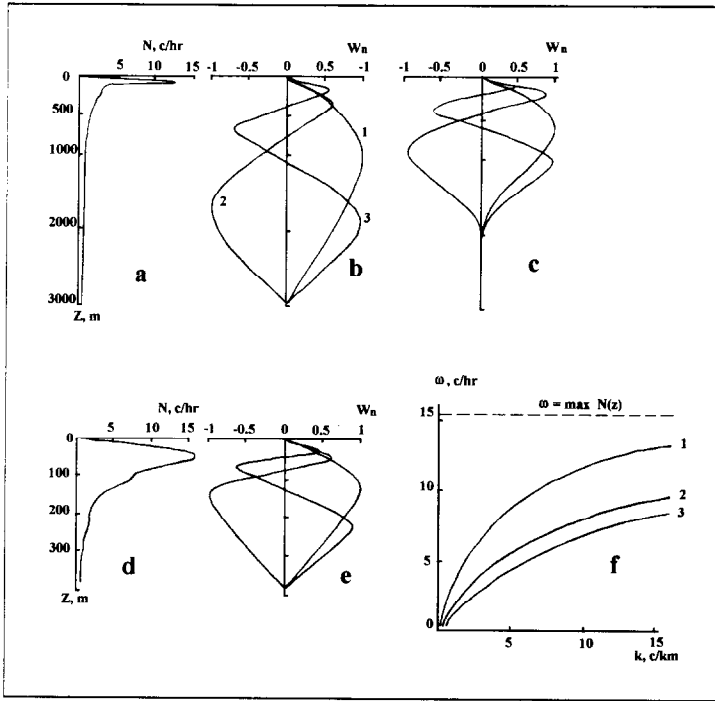
También se realizó la estimación de las diferencias de los parámetros teóricos de las ondas internas en las mismas épocas. Se encontró que la variabilidad estacional prácticamente no influye en los parámetros de las ondas internas semidiurnas y de una hora, para las cuales las diferencias en los valores no superan el 0.05%. Sin embargo, como lo mostraron los cálculos, la variabilidad estacional deberá cambiar significativamente los parámetros de las

**Reflection properties of the sea floor and trajectory of the energy flux of the internal tide**

According to equation (2), the term  $k_h^2(N^2(z) - \omega^2)/(\omega^2 - f^2)$  represents the square of the vertical component of the  $k_z$  wave vector. Hence:

$$tg \gamma = \frac{k_h}{k_z} = \left\{ \frac{\omega^2 - f^2}{N^2(z) - \omega^2} \right\}^{1/2} \quad (10)$$

where  $\gamma$  is the angle of inclination of the characteristic ray; its direction does not depend on the mode number and it concurs with the direction of the velocity vector of group  $C_g$ ; that is, with the direction of the flux of energy of the internal waves that propagate from their generating region towards the continental slope (LeBlond and Mysak, 1978). The works of Baines (1982), Graig (1987) and Vlasenko (1989, 1991) show that the character of the rising baroclinic tide depends on the relation of the bottom slope,  $\alpha = arctg (dz/dx)$ , and on the angle of inclination of the ray,  $\gamma$ . In areas of the slope with super-critical values,  $\alpha/\gamma > 1$ , the baroclinic oscillations generated are almost always reflected seaward. As the rays propagate, they pass through multiple reflections from the ocean



**Figura 3.** Distribución de la frecuencia de Brunt-Väisälä (a) en la estación profunda (est. N 439,  $H = 3,000$  m, 09/04/1991), y las tres primeras funciones propias de las ondas internas lineales calculadas para los periodos de (b) 12.4 h y (c) 1 h. Abajo se presenta (d) la frecuencia Brunt-Väisälä y (e) las funciones propias en el periodo de marea semidiurna para la estación costera (est. N 529,  $H = 382$  m, 12/11/1992). A la derecha se dan (f) las curvas de dispersión para esta misma estación.

**Figure 3.** Distribution of the Brunt-Väisälä frequency (a) at the deep station (N 439,  $H = 3,000$  m, 09/04/1991), and the first three eigenfunctions of the linear internal waves calculated for the (b) 12.4-h and (c) 1-h periods. Below are (d) the Brunt-Väisälä frequency and (e) the eigenfunctions of the semidiurnal tidal period at the coastal station (N 529,  $H = 382$  m, 12/11/1992). To the right are (f) the dispersion curves for this same station.

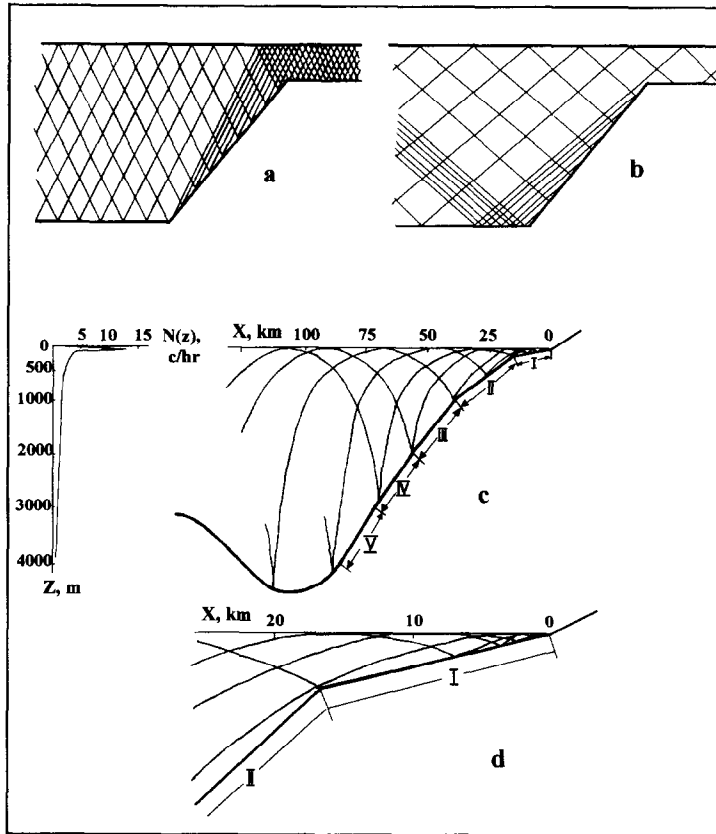
ondas internas de alta frecuencia, por ejemplo, con frecuencias de 5-6 ciclos/h o más.

**Propiedades de reflexión del fondo marino y trayectoria del flujo de energía de la marea interna**

De acuerdo con la ecuación (2), el término  $k_h^2(N^2(z) - \omega^2)/(\omega^2 - f^2)$  representa el cuadrado del componente vertical del vector de onda  $k_z$ . De aquí:

$$tg \gamma = \frac{k_h}{k_z} = \left\{ \frac{\omega^2 - f^2}{N^2(z) - \omega^2} \right\}^{1/2} \quad (10)$$

bottom and surface and, at a set distance from the origin, they form a mode structure (Baines, 1982); examples of their calculation are shown in the previous paragraph. With sub-critical values,  $\alpha/\gamma < 1$ , the internal tides reach the continental shelf and are transformed in a complex manner until all their energy is dissipated on the coast. This is illustrated by the calculations of energy reflection in the internal tide conducted by Graig (1978), in the linear model of the continental slope in the ocean, with  $N(z) = const$ , shown in fig. 4(a, b). The values of  $\alpha$ ,  $\gamma$  and the  $\alpha/\gamma$  relation were calculated for real conditions along the west coast of Mexico, close to Barra de Navidad, Jalisco.



**Figura 4.** Flujos y energía reflejada de la marea interna, desde el talud continental de forma lineal con una  $N(z) = const$  cuando (a)  $\alpha/\gamma = 0.6$  y (b)  $\alpha/\gamma = 1.4$  (Graig, 1987) y (c, d) para la sección del fondo del área de estudio señalada por el rectángulo en la fig. 1.

**Figure 4.** Fluxes and reflected energy of the internal tide, from the continental slope in a linear manner with a  $N(z) = const$  when (a)  $\alpha/\gamma = 0.6$  and (b)  $\alpha/\gamma = 1.4$  (Graig, 1987) and (c, d) for the section of the bottom of the study area indicated by the rectangle in fig. 1.

donde  $\gamma$  es el ángulo de inclinación del rayo característico; se ve que su dirección no depende del número de modo y concuerda con la dirección del vector de la velocidad de grupo  $C_g$ , esto es, con la dirección del flujo de energía de las ondas internas que se propagan del lugar de su generación a la pendiente continental (LeBlond y Mysak, 1978). En los trabajos de Baines (1982), Graig (1987) y Vlasenko (1989, 1991), se muestra que el carácter de la marea ascendente baroclínica depende de la relación de la pendiente del fondo,  $\alpha = \arctg (dz/dx)$ , y del ángulo de inclinación del rayo,  $\gamma$ . En las

The  $\gamma$  values were calculated using the standard methodology of the ray theory of the waves (Miropolskiy, 1982). The ocean was considered horizontally homogenous and the Brunt-Väisälä frequency was discontinuous between the observation levels. The mean inclinations of the bottom were determined from a bathymetric chart of the area (Secretaría de Marina, 1987), based on the data from seven parallel transverse cuts to the increase in depth. This part of the area is indicated by a rectangle in fig. 1. The data on the inclination of the bottom of the seven sections were averaged

regiones de la pendiente con valores arriba del crítico, en donde  $\alpha/\gamma > 1$ , las oscilaciones baroclinicas generadas se reflejan prácticamente en su totalidad hacia el océano. A medida que se propagan los rayos, éstos pasan por múltiples reflexiones del fondo y superficie del océano, y a una distancia determinada del origen forman una estructura de modos (Baines, 1982); ejemplos del cálculo de ella se muestran en el párrafo anterior. Con valores por debajo del crítico,  $\alpha/\gamma < 1$ , las mareas internas entran a la plataforma continental y de manera compleja se transforman, hasta la total disipación de su energía en la costa. Esto lo ilustran los ejemplos de los cálculos de la reflexión de la energía de la marea interna realizados por Graig (1987), en el modelo de la pendiente continental de forma lineal en el océano, con  $N(z) = \text{const}$ , los cuales se muestran en la fig. 4(a, b). De igual manera se calcularon los valores de  $\alpha$ ,  $\gamma$  y su relación  $\alpha/\gamma$  para las condiciones reales de la costa occidental de México, cerca de Barra de Navidad, Jalisco.

Los valores de  $\gamma$  se calcularon por la metodología estándar en la teoría de rayos de las ondas (Miropolskiy, 1982). Se consideró al océano horizontalmente homogéneo y que la frecuencia de Brunt-Väisälä variaba "a saltos" entre los niveles de observación. Las inclinaciones medias del fondo se determinaron por medio de una carta batimétrica de la región (Secretaría de Marina, 1987) con base en los datos de siete cortes paralelos transversales al incremento de la profundidad. Esta parte de la región se resalta con un rectángulo en la fig. 1. Los datos de la inclinación del fondo de las siete secciones fueron promediados y presentados en forma de perfil que se muestra en la fig. 4(c, d), el cual fue dividido en cinco secciones que incluyen a la plataforma y pendiente continental con una inclinación desde dos y hasta más de cinco grados. En las figuras también se muestran las trayectorias de los rayos de las ondas de marea interna semidiurnas, así como sus reflejos desde diferentes secciones del fondo. Los resultados de los cálculos de  $\alpha$ ,  $\gamma$  y su relación  $\alpha/\gamma$  se dan en la tabla 2.

Los cálculos muestran que todas las secciones de la pendiente continental presentan una inclinación subcrítica, mientras que en la

and are presented in the form of a profile in fig. 4(c, d), which was divided into five sections that include the continental shelf and slope with an inclination from two to more than five degrees. The trajectories of the rays of the semidiurnal internal tides are also shown in the figures, as well as their reflections from different sections of the floor. The results of the calculations of  $\alpha$ ,  $\gamma$  and the  $\alpha/\gamma$  relation are given in table 2.

The calculations show that all the sections of the continental slope present a sub-critical inclination, whereas the 1,000-m section close to the surface is  $\alpha/\gamma = 0.92$ , critical value. If we take  $0.8 \leq \alpha/\gamma \leq 1.2$  as the values close to the critical, as considered by Graig (1987), we find that the entire continental slope of this area should be a good generator of internal tide, since its energy should propagate primarily shoreward.

The  $\alpha/\gamma$  relation was also calculated for the entire coastal zone of the study area. The results of the calculations are given in fig. 5, in which the sections of the bottom that present conditions close to the critical for the generation of internal tide waves are shaded. The northern part of the area, close to Cabo Corrientes, is very narrow, only 10 km; in the southern area, a very large part of the continental slope has an inclination close to the critical. The width of the area reaches 50-60 km. Here, one can expect there to be rising internal tides with maximum amplitudes, compared to the waves of other parts of the shelf in the region studied.

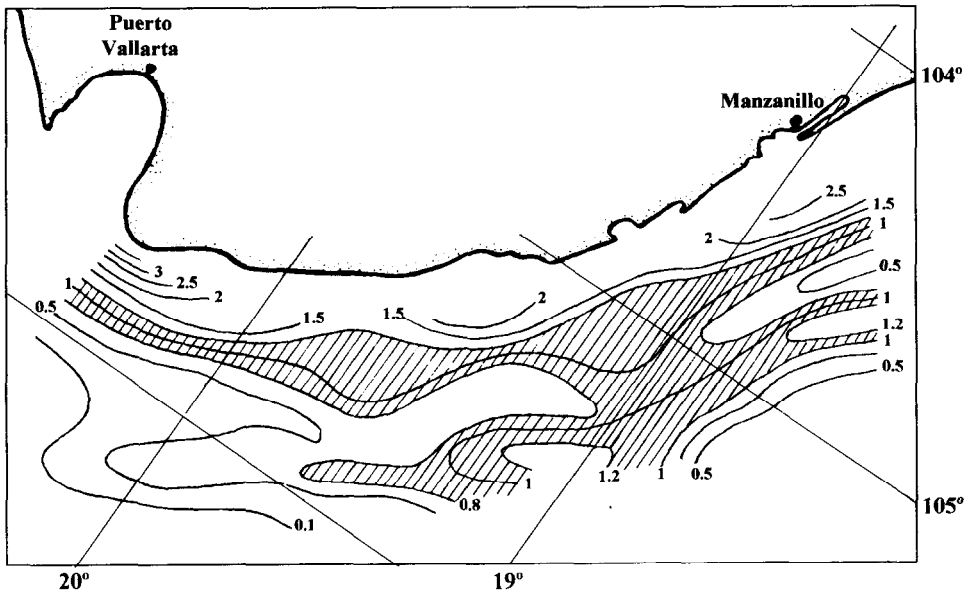
#### Energy flux and amplitude of the internal tide

The total water flow,  $Q$ , of the tidal current over the continental slope is needed to calculate the flux from rising barotropic to internal energy. This can be estimated from the following considerations. From data taken during prolonged observation periods at sea with self-contained buoys, we know that the maximum speed of the rising barotropic tidal current is less than 1-2 cm/sec (Hidrología del Océano Pacífico, 1968; Morozov, 1988). Close to the continental slope, from the surface to the bottom in an area 1 m wide, the total water flow of

**Tabla 2.** Valores de las pendientes del fondo  $\alpha$ , de los ángulos de inclinación del rayo característico  $\gamma$ , así como de la relación  $\alpha/\gamma$  para las secciones del fondo señaladas con números romanos en la fig. 4c.

**Table 2.** Values of the bottom slopes  $\alpha$ , of the inclination angles of the characteristic ray  $\gamma$ , and the  $\alpha/\gamma$  relation for the sections of the bottom shown in fig. 4c with Roman numerals.

N/N	Sección del fondo	$\Delta z$ (m)	$\Delta x$ (m)	$\alpha$ (grad.)	$N(z)$ (ciclos/h)	$\gamma$ (grad.)	$\alpha/\gamma$
1	II	800	22,200	2.06	2	2.17	0.95
2	III	1,000	18,900	3.03	1.09	3.98	0.76
3	IV	1,000	15,600	3.67	0.60	7.20	0.51
4	V	1,000	11,100	5.15	0.46	9.35	0.55
5	Todo el talud continental	2,900	56,700	2.93	1.23	3.52	0.83



**Figura 5.** Carta de la distribución espacial de la relación  $\alpha/\gamma$  para las ondas de marea internas semi-diurnas. La zona sombreada es en la que  $0.8 \leq \alpha/\gamma \leq 1.2$ .

**Figure 5.** Chart showing the spatial distribution of the  $\alpha/\gamma$  relation for the semi-diurnal internal tide waves. The shaded area is where  $0.8 \leq \alpha/\gamma \leq 1.2$ .

sección de los 1,000 m de fondo cercana a la superficie es  $\alpha/\gamma = 0.92$ , valor crítico. Si tomamos  $0.8 \leq \alpha/\gamma \leq 1.2$  como los valores cercanos al crítico, como lo considera Graig (1987), entonces encontramos que toda la pendiente continental en esta región debe ser una buena

the tidal flux can be expressed as  $Q = H u$ , where  $H$  is the ocean depth and  $u$  is the speed of the flow. Using mean values of  $H = 3,000$  m and  $u = 1$  cm/sec, we obtain  $Q = 30$  m<sup>3</sup>/sec. Along the continental shelf margin with a depth of  $H_t = 200$  m, this total water flow

generadora de la marea interna, en la que su energía deberá propagarse primordialmente en dirección a la costa.

También se calculó la relación  $\alpha/\gamma$  para toda la zona costera de la región de estudio del océano. Los resultados de los cálculos se dan en la fig. 5, en la cual se encuentran sombreadas las secciones del fondo que presentan las condiciones cercanas al crítico para la generación de las ondas de marea internas. En la parte norte de la región, cerca de Cabo Corrientes, esta sección es muy angosta, de sólo 10 km; en la región sur, una parte muy grande de la pendiente continental presenta una inclinación cercana al crítico. La anchura de esta región alcanza 50-60 km. Aquí se puede esperar la existencia de mareas ascendentes internas con máxima amplitud en comparación con las ondas en otras partes de la plataforma de la región estudiada.

#### Flujo de energía y amplitud de la marea interna

Para el cálculo del flujo de la energía de la marea ascendente barotrópica a la interna, es indispensable conocer el gasto de agua,  $Q$ , en la corriente de marea sobre el talud continental. Éste se puede estimar partiendo de las siguientes consideraciones. Por datos de observaciones prolongadas de estaciones en boyas autónomas en mar abierto, es conocido que la velocidad máxima de la corriente en la marea barotrópica ascendente es inferior a 1-2 cm/seg (Hidrología del Océano Pacífico, 1968; Morozov, 1988). Cerca del talud continental, desde la superficie hasta el fondo en 1 m de ancho, el gasto de agua en el flujo de marea se puede expresar como  $Q = H \cdot u$ , donde  $H$  es la profundidad del océano y  $u$  es la velocidad de la corriente de flujo. Tomando en calidad de valores medios  $H = 3,000$  m y  $u = 1$  cm/seg, tenemos que  $Q = 30$  m<sup>3</sup>/seg. Este gasto de agua, en el margen de la plataforma continental con profundidad de  $H_L = 200$  m, debe provocar una velocidad máxima de la corriente igual a  $u_{max} = Q/H_L = 15$  cm/seg. Si la onda barotrópica se mueve perpendicularmente a la línea de costa, entonces en la mitad del periodo de marea semidiurna, con un gasto de  $Q = 30$  m<sup>3</sup>/seg, a la

should cause a maximum current speed equal to  $u_{max} = Q/H_L = 15$  cm/sec. If the barotropic wave moves perpendicularly to the coast, then during half of the semidiurnal tidal period, with a total flow of  $Q = 30$  m<sup>3</sup>/sec, a water volume of  $V = 334,800$  m<sup>3</sup> should reach the continental shelf. In the study area, the semidiurnal tide oscillations do not exceed 1.4 m; thus, to fill a channel 1 m wide and  $h = 1.4$  m high with the water volume obtained above, the channel would need to measure  $L = V/h = 239$  km! The width of the continental shelf in the entire area is less than 10-30 km. Therefore, in order for the continental shelf to accommodate the volume of water that enters with the tide wave, the wave must approach the border of the shelf at a sufficiently small angle. Considering  $l = 20$  km to be the mean width of the continental shelf, we obtain  $\theta = \arctg(l/L) = 5^\circ$ ; that is, the wave should propagate all along the coast.

The arguments presented and the estimate obtained on the total flow of the tidal flux unfortunately cannot be proven, due to the lack of data from observations from a self-contained buoy in the study area. However, the chart of the cotidal lines of the  $M_2$  wave for the north-eastern part of the Pacific Ocean shown in fig. 1 (Atlas del Océano Pacífico, 1974) indirectly supports our conclusions, demonstrating a movement of the barotropic wave almost parallel to the coast in a northwest-southeast direction.

The flux from barotropic to internal energy and the amplitude of the possible internal waves were estimated. The following characteristic values of the initial magnitude variables were used:  $Q = 30$  m<sup>3</sup>/sec,  $N_0 = 3$  cycles/h,  $d = 30$  m,  $H_L = 200$  m,  $\rho_0 = 1,027$  kg/m<sup>3</sup>,  $\Delta\rho = 35$  kg/m<sup>3</sup>,  $\phi = 19.5^\circ$  ( $d$  and  $\Delta\rho$  taken from the mean values of the spring and fall surveys). For the  $M_2$  semidiurnal wave in the (6)-(9) formulas, the following estimates were obtained. If we consider that the barotropic wave reaches the coast at a right angle, then 1 m off the border of the shelf  $E_{flux} = 763$  J/(m·sec),  $C_x = 0.92$  m/sec and  $a = 4.9$  m. These values are close to the estimates obtained by Baines (1982) for the continental slope of other areas in the ocean. However, if we consider that the barotropic wave of the study area reaches the

plataforma continental debe ingresar un volumen de agua igual a  $V = 334,800 \text{ m}^3$ . En el área de estudio de la costa mexicana, las oscilaciones de marea semidiurna no superan a 1.4 m; por ello, para llenar un canal de 1 m de ancho y  $h = 1.4 \text{ m}$  de altura, con el volumen de agua antes obtenido, su longitud deberá de ser  $L = V/h = 239 \text{ km}$ . La anchura de la plataforma continental en toda la región es inferior a 10-30 km. Por esto, para que se pueda acomodar en la plataforma continental el volumen de agua que ingresa con la onda de marea, es necesario que la onda se acerque al borde de la misma con un ángulo suficientemente pequeño. Tomando  $l = 20 \text{ km}$  como la anchura media de la plataforma continental, obtenemos  $\theta = \arctg(l/L) = 5^\circ$ ; esto es, la onda deberá propagarse casi a lo largo de la costa.

Los razonamientos presentados y la estimación obtenida del gasto en el flujo de marea lamentablemente no se pueden precisar y comprobar, debido a la falta de datos de observaciones desde una boya autónoma en la región estudiada. Sin embargo, la carta de las líneas cotidales de la onda  $M_2$  para la parte nor-oriental del Océano Pacífico, presentada en la fig. 1 (Atlas del Océano Pacífico, 1974), apoya indirectamente nuestras conclusiones, demostrando un movimiento de la onda barotrópica casi paralelo a la costa en dirección noroeste-sureste.

También se estimó el flujo de energía de la marea barotrópica a la interna, así como la amplitud de las posibles ondas internas. Para esto, se utilizaron los siguientes valores característicos de las magnitudes variables iniciales:  $Q = 30 \text{ m}^3/\text{seg}$ ,  $N_0 = 3 \text{ ciclos/h}$ ,  $d = 30 \text{ m}$ ,  $H_L = 200 \text{ m}$ ,  $\rho_0 = 1,027 \text{ kg/m}^3$ ,  $\Delta\rho = 35 \text{ kg/m}^3$ ,  $\phi = 19.5^\circ$  ( $d$  y  $\Delta\rho$  tomados los valores medios para los levantamientos de primavera y otoño). Para la onda semidiurna  $M_2$  por las fórmulas (6)-(9), se obtuvieron las siguientes estimaciones. Si se considera que la onda barotrópica llega a la costa en un ángulo recto, entonces en 1 m de longitud del borde de la plataforma  $E_{flux} = 763 \text{ J/(m·seg)}$ ,  $C_g = 0.92 \text{ m/seg}$  y  $a = 4.9 \text{ m}$ . Estos valores se encuentran cercanos a las estimaciones obtenidas por Baines (1982) para la pendiente continental en otras regiones del océano mundial. Sin embargo, si se considera

coast at an angle of  $\theta = 5^\circ$ , then with the values previously mentioned for the initial variables, we obtain  $E_{flux} = 2.8 \text{ J/(m·sec)}$ ,  $a = 0.42 \text{ m}$ . It appears that these values for the flux of energy and the amplitude of the internal tide are very low, since the continental slope (as seen in fig. 1) presents a complex surface and no doubt there are many canyons and ridges that act as traps for the barotropic wave energy that is more effectively passed to the internal tide. For this reason, it is sometimes necessary to increase the estimates obtained previously.

## CONCLUSION

When internal tide waves are studied, the problem of their generation is of great importance. As shown in a series of theoretical works (Baines, 1982; Graig, 1987; Vlasenko, 1989, 1991), the energy from the internal tide that is produced in the continental slope and shelf, depends firstly on the geometry of the shelf and slope (depth at the shelf border, its width, inclination of the continental slope), secondly on the stratification of the ocean waters and thirdly on the amplitude and direction of the barotropic tide.

In this study, based on maps of bottom relief and barotropic tide and on stratification data, the reflection properties of the continental slope and shelf were calculated for a section of the coast of the Mexican Pacific Ocean (from Barra de Navidad to Cabo Corrientes). Model calculations were also made on the flux of energy to the semidiurnal tide. Linear models of the internal waves were used (Miropolskiy, 1981; Baines, 1982; Graig, 1987), resulting in a first approximation in the study of internal waves in this complex area (with regard to its dynamics) of the continental shelf of the state of Jalisco.

Since internal waves quickly become non-linear in the continental shelf (due to the closeness of the ocean surface and the bottom) and are transformed (dependent on the thermocline and shelf depth relation) into waves with a very steep front or back edge (Konyaev and Sabinin, 1992), then the results obtained here of the estimates of the parameters of the linear internal waves (wavenumbers, phase speed, vertical



que la onda barotrópica en la región de estudio llega a la costa con un ángulo de  $\theta = 5^\circ$ , entonces, con los valores antes mencionados de las variables iniciales, se obtiene  $E_{flux} = 2.8 \text{ J/(m}\cdot\text{seg)}$ ,  $a = 0.42 \text{ m}$ . Parece que estos valores del flujo de energía y de la amplitud de la marea interna están fuertemente reducidos, ya que la pendiente continental (como se ve en la fig. 1) presenta una superficie de forma compleja y sin duda abundan los cañones y cordilleras, los cuales juegan el papel de "trampas" para la energía de la onda barotrópica, en las que ésta se pasa a la marea interna más efectivamente. Por ello, es necesario aumentar algunas veces las estimaciones obtenidas anteriormente.

## CONCLUSIÓN

Cuando se estudian las ondas de marea internas, el problema de la generación de ellas abarca un lugar muy importante. Tal como se muestra en una serie de trabajos teóricos (Baines, 1982; Graig, 1987; Vlasenko, 1989, 1991), la energía de la marea interna que se forma en el talud y plataforma continental depende, en primer lugar, de la geometría de la plataforma y del talud (profundidad en el límite de la plataforma, su anchura, inclinación del talud continental); en segundo lugar, de la estratificación de las aguas del océano y, finalmente, de la amplitud y dirección de la marea barotrópica.

En este trabajo, con base en los mapas del relieve del fondo, mapas de mareas barotrópicas y datos acerca de la estratificación, se realizaron los cálculos de las propiedades de reflexión del talud y de la plataforma continental en una sección de la costa del Océano Pacífico mexicano (desde Barra de Navidad hasta Cabo Corrientes). También se llevaron a cabo cálculos modelos del flujo de energía a la marea semidiurna. Fueron utilizados modelos lineales de las ondas internas (Miropolskiy, 1981; Baines, 1982; Graig, 1987), por lo que los resultados obtenidos y su interpretación son una primera aproximación en el estudio de las ondas internas en esta compleja región (en cuanto a su dinámica se refiere) de la plataforma continental del estado de Jalisco.

profiles of the eigenfunctions for different modes) are necessary to estimate the parameters of nonlinearity and of dispersion in the wave structures that are recorded in nature. The estimates obtained for the reflection properties of the continental shelf and for the flux of energy from the internal tide will help verify the more complex nonlinear models for internal wave generation, which are being developed for the region.

English translation by Jennifer Davis.

Ya que en la plataforma continental las ondas internas rápidamente se vuelven no lineales (debido a la cercanía de la superficie del océano con el fondo) y se transforman (en dependencia de la relación de la termoclina y la profundidad de la plataforma) en ondas con una parte delantera o trasera muy escarpada (Konyaev y Sabinin, 1992), entonces, los resultados aquí obtenidos de las estimaciones de los parámetros de las ondas internas lineales (números de onda, velocidades de fase, perfiles verticales de las funciones propias para diferentes modos) son indispensables para la estimación de los parámetros de no linealidad y de dispersión en las estructuras de ondas que se registran en la naturaleza. Las estimaciones obtenidas de las propiedades de reflexión de la plataforma continental y del flujo de energía a la marea interna, serán de utilidad en la verificación de modelos no lineales más complejos de generación de ondas internas, los cuales se encuentran en desarrollo para la región de estudio.

## REFERENCIAS

- Apel, J.R. and González, F.I. (1983). Non-linear features of internal waves of Baja California as observed from the SEASAT imaging radar. *J. Geophys. Res.*, 88(C7): 4459-4466.
- Atlas de los Océanos. Océano Pacífico (bajo la redacción de S.G. Gorshkov) (1974). Leningrado, Izd. Gunio, 302 pp. (en ruso).

- Baines, P.G. (1982). On internal tide generation models. *Deep-Sea Res.*, 29(3A): 307-338.
- Graig, P.D. (1987). Solution for internal tidal generation over coastal topography. *J. Mar. Res.*, 45(1): 83-105.
- Hidrología del Océano Pacífico (bajo la redacción de A.D. Dobrovolsky) (1968). Izd. Nauka, Moscú, 524 pp. (en ruso).
- Howell, T.L. and Brown, W.S. (1985). Non-linear internal waves on the California continental shelf. *J. Geophys. Res.*, 90(C4): 7256-7264.
- Konyaev, K.D. and Sabinin, K.D. (1992). *Waves Inside the Ocean*. S.P. Gidrometeoizdat, St. Petersburg, 273 pp.
- LeBlond, P.H. and Mysak, L.A. (1978). *Waves in the Ocean*. Elsevier Sci. Publ. Co., Amsterdam-Oxford-New York.
- Miropolskiy, Yu.Z. (1981). Dinámica de las ondas gravitacionales internas en el océano. *Gidrometeoizdat*, Leningrado, 302 pp. (en ruso).
- Morozov, E.G. (1988). Generación de las mareas internas en las elevaciones submarinas. En: *Estudios Oceanológicos*, No. 41: 55-67 (en ruso).
- Ostrovky, L.A. and Stepanyants, Yu.A. (1989). Do internal solitons exist in the ocean? *Reviews of Geophysics*, 27(3): 293-310.
- Sandström, H. and Elliot, J.A. (1984). An internal tide and solitons on the Scotian shelf: a nutrient pump at work. *J. Geophys. Res.*, 89(C4): 6415-6426.
- Secretaría de Marina (1987). *Atlas/memoria del levantamiento geofísico de la zona económica exclusiva y margen continental oeste de México*. Gravedad, magnetismo y batimetría. Secretaría de Marina, Direc. Gral. de Oceanografía Naval, SM PO8710.
- Unesco (1991). *Processing of Oceanographic Station Data* (by JPOTS editorial panel), 138 pp.
- Vlasenko, V.Y. (1989). Generación de las mareas baroclínicas sobre las irregularidades del relieve del fondo con gran inclinación. *Rev. Marina Hidrofísica*, No. 2: 3-9 (en ruso).
- Vlasenko, V.Y. (1991). Modelo no lineal de la generación de las mareas baroclínicas sobre la extensión de las irregularidades del relieve del fondo. *Rev. Marina Hidrofísica*, No. 6: 9-16 (en ruso).